

# Más Allá del Límite



COLEGIO BICENTENARIO  
DE EXCELENCIA  
CONCEPCIÓN FRATERNIDAD

REVISTA DEL ELECTIVO  
**LÍMITES, DERIVADAS E INTEGRALES**

📅 AÑO 2026 | EDICIÓN N°1



## LÍMITES

Entendemos  
los puntos  
de cambio.



## DERIVADAS

Analizamos  
la razón  
de cambio.



## INTEGRALES

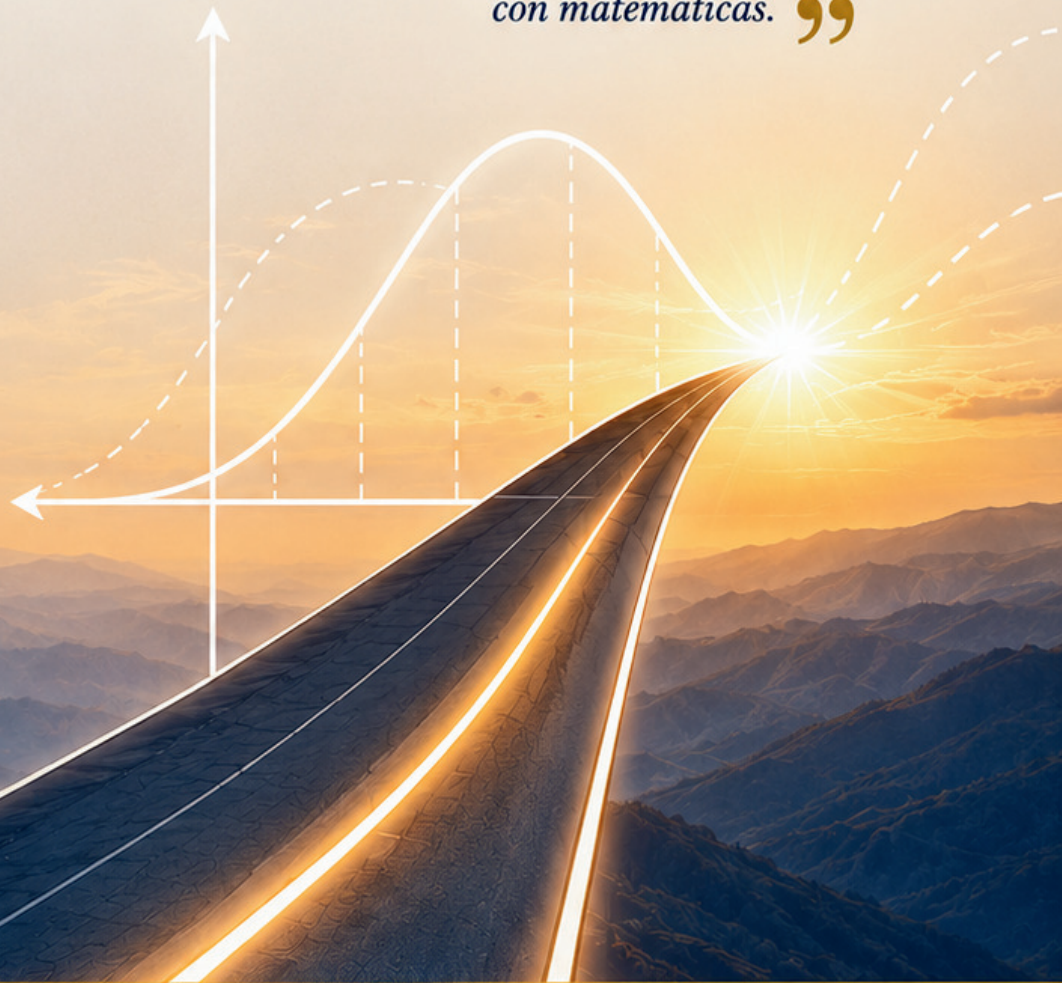
Acumulamos  
para comprender  
el todo.



## INFINITO

Un concepto que  
va más allá de  
los números.

“ Exploramos el cambio,  
comprendemos el infinito  
y transformamos el mundo  
con matemáticas. ”



**INVESTIGAMOS**  
Hacemos preguntas  
y buscamos ideas.



**DESCUBRIMOS**  
Conectamos la teoría  
con la realidad.



**APLICAMOS**  
Usamos las matemáticas  
para resolver problemas.



**TRANSFORMAMOS**  
Generamos conocimiento  
y construimos futuro.



# CRÉDITOS



## Más Allá del Límite

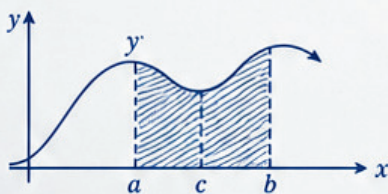
Revista del Electivo de  
Límites, Derivadas e Integrales

 EDICIÓN N.º 1

 AÑO 2026



PUBLICACIÓN ELABORADA POR  
Estudiantes del Electivo de  
Límites, Derivadas e Integrales  
3º y 4º Medio



Colegio Bicentenario de Excelencia  
Concepción Fraternidad  
Concepción, Chile



### DIRECCIÓN EDITORIAL

Prof. Susana Cortez Parietti

Profesora de Matemática

Docente del Electivo Límites, Derivadas e Integrales



### COMITÉ EDITORIAL

Estudiantes del Electivo de  
Límites, Derivadas e Integrales  
Generación 2026



### DISEÑO EDITORIAL

Equipo Editorial



### CORRECCIÓN DE ESTILO

Equipo Editorial



### REVISIÓN MATEMÁTICA

Prof. Susana Cortez Parietti



### DIAGRAMACIÓN

Equipo Editorial



### FOTOGRAFÍAS E ILUSTRACIONES

Imágenes elaboradas por los estudiantes.  
Recursos gráficos propios y bancos de imágenes  
de uso libre debidamente citados.



### HERRAMIENTAS DIGITALES

La elaboración de esta revista contempló el uso de  
herramientas digitales de edición, diseño e investigación.  
Cuando se utilizaron herramientas de inteligencia  
artificial como apoyo, su uso fue declarado por los  
autores y revisado por el equipo editorial, respetando  
las normas académicas del proyecto.



### DERECHOS DE AUTOR

Los artículos publicados son de exclusiva  
responsabilidad de sus autores.  
La reproducción total o parcial de esta revista  
deberá citar la fuente correspondiente.

“ Exploramos el cambio,  
comprendemos el infinito  
y transformamos el mundo  
con matemáticas. ”

© Colegio Bicentenario de Excelencia  
Concepción Fraternidad  
Concepción, Chile  
2026





# Editorial



## MÁS ALLÁ DEL LÍMITE

Revista del Electivo  
Límites, Derivadas e Integrales  
Edición N.º 1 • Año 2026

“ Las matemáticas no solo nos enseñan a resolver problemas; nos invitan a mirar el mundo con curiosidad, rigor y creatividad. ”

### Estimados lectores:

Con mucha alegría les presentamos la primera edición de **Más Allá del Límite**, la revista de divulgación matemática del Electivo de Límites, Derivadas e Integrales del Colegio Bicentenario de Excelencia Concepción Fraternidad.

Esta publicación nace con un propósito claro: demostrar que las matemáticas van mucho más allá de resolver ejercicios o aplicar fórmulas. Son una herramienta para comprender el mundo, interpretar fenómenos, explicar la naturaleza y desarrollar soluciones a los desafíos de nuestra sociedad.

Durante esta primera unidad del electivo, nos propusimos investigar los fundamentos que dieron origen al cálculo moderno. A través del estudio de las **sucesiones**, las **sumatorias** y las **series**, descubrimos que detrás de conceptos aparentemente abstractos existe una historia fascinante, llena de ideas que transformaron la ciencia y que hoy continúan presentes en disciplinas como la ingeniería, la medicina, la economía, la inteligencia artificial y muchas otras áreas del conocimiento.

Cada uno de los artículos que conforman esta revista fue elaborado por estudiantes del electivo, quienes asumieron el desafío de investigar, analizar y comunicar un tema matemático utilizando distintos géneros periodísticos. De esta manera, cada página representa un ejercicio de pensamiento crítico, investigación, creatividad y comunicación científica, demostrando que aprender matemáticas también significa aprender a compartir el conocimiento con otros.

Esperamos que quienes recorran estas páginas encuentren explicaciones claras, historias interesantes, aplicaciones sorprendentes y nuevas preguntas que despierten su curiosidad. Nuestro mayor deseo es que esta revista contribuya a acercar las matemáticas a toda la comunidad educativa y muestre que el conocimiento cobra verdadero sentido cuando se comparte.

Esta es la primera edición de una revista que esperamos continúe creciendo año tras año, incorporando nuevas investigaciones, nuevas miradas y nuevos desafíos. Los invitamos a recorrer estas páginas y a descubrir que, cuando se observa con curiosidad, siempre existe un camino que nos lleva **más allá del límite**.



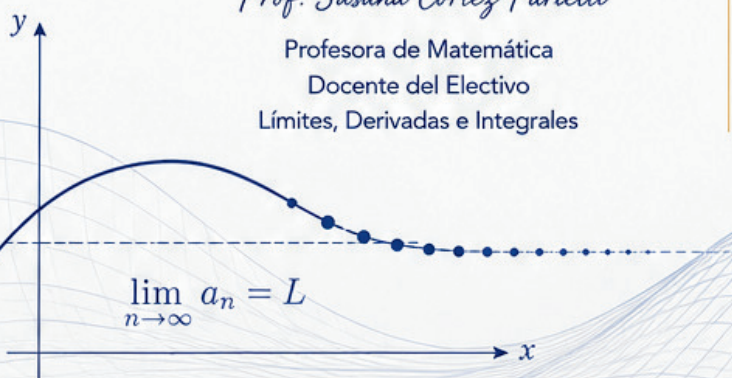
*Prof. Susana Cortez Parietti*

Profesora de Matemática  
Docente del Electivo  
Límites, Derivadas e Integrales



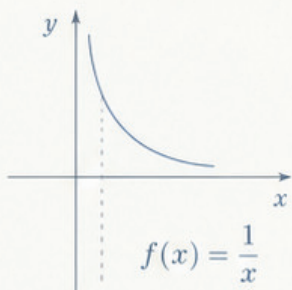
*Estudiantes del Electivo*

Límites, Derivadas e Integrales  
Generación 2026



$$\int_a^b f(x) dx$$





IDEAS  
QUE EXPANDEN  
HORIZONTES



# ÍNDICE

## PRELIMINARES

**Créditos** 02

Dirección editorial: Prof. Susana Cortez Parietti

**Editorial** 03

Prof. Susana Cortez Parietti y Estudiantes del Electivo

## CONTENIDOS

**El infinito: una idea que revolucionó las matemáticas** 05

Sebastián Figueroa & Eduardo Salgado

**Sucesión de Fibonacci: el código secreto de la naturaleza** 08

Valentina Hernández & Florencia Sáez

**Cuando sumar dejó de ser solo sumar** 14

Agustín Muñoz & Mateo Ayala

**Dos genios, un mismo descubrimiento** 18

Trinidad Muñoz & Amanda Montoya

**Descubrimiento de la sucesión de Fibonacci** 22

Cristóbal Mardones & Sebastián Cornejo

**Cómo las matemáticas predicen el crecimiento del dinero** 25

Vicente Uribe & Matías Villegas

**Sumatorias: las sumas que permiten resolver grandes problemas** 27

Josefa Medina & Francesca Leal

**El viaje al infinito** 32

Antonia Silva Mery & María José Jara

**¿Por qué existen las series infinitas?** 38

Martín Figueroa & Vicente Fuentes

**Héctor Pastén: académico UC que resolvió un problema matemático de casi un siglo** 41

Sofía Novoa & Aracely González

**Los números que cambiaron mi vida** 45

Josefa Muñoz & Matilda Robles

**Isaac Newton: el gran propulsor del cálculo matemático** 53

Alex Belmar & Martín Moreira

**Gottfried Leibniz** 59

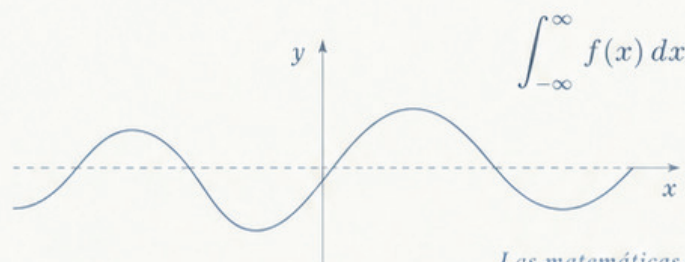
Cristóbal Rivas

**El crecimiento exponencial de los contagios de COVID-19 y las sucesiones geométricas** 63

Matilda Concha & Florencia Vallejos

**El movimiento invisible que puede cambiar la estabilidad de un puente** 66

Martín Castro



*Las matemáticas también nos enseñan a ver un mundo más grande.*



$a^2 + b^2 = c^2$



# EL INFINITO: UNA IDEA QUE REVOLUCIONÓ LAS MATEMÁTICAS

Sebastián Figueroa & Eduardo Salgado

## ¿Qué es el infinito?

El infinito en matemáticas es un concepto abstracto sin fin ni límite, fundamental en áreas como el cálculo y la teoría de números. Los números enteros son infinitos, pero el infinito no puede medirse como los demás (*National Geographic*).

## ¿Quiénes son sus autores?

El concepto de infinito evolucionó desde Zenón en Grecia hasta recibir su símbolo ( $\infty$ ) con John Wallis en 1655. A finales del siglo XIX, Georg Cantor y Richard Dedekind demostraron matemáticamente que existen diferentes tamaños y jerarquías de infinitos (*ABC*).

## Georg Cantor: El hombre que midió el abismo

A finales del siglo XIX, Georg Cantor fundó la teoría de conjuntos al demostrar que existen diferentes tamaños de infinito. Usando su argumento de la diagonal, probó que el infinito de los números reales es mayor que el de los naturales. Este hallazgo desafió el dogma de su época y le causó graves crisis personales. (*BBC*).

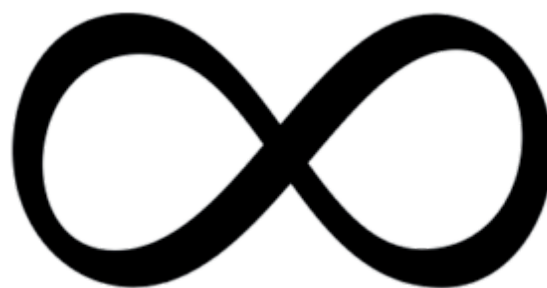


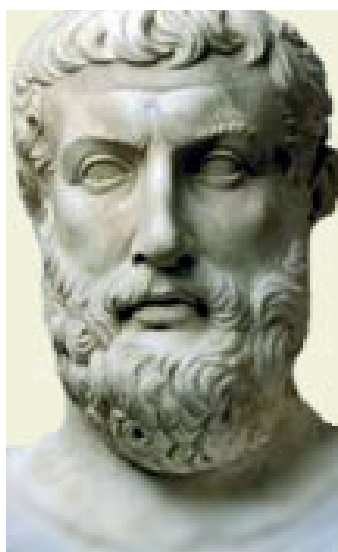
Imagen 1. Fotos de Google

## La evolución de una idea peligrosa

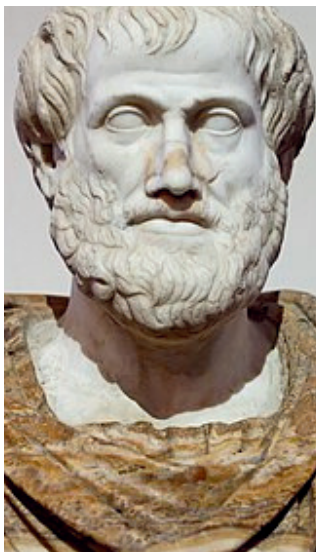
En la Antigua Grecia, el infinito era un tabú. Zenón de Elea planteó paradojas célebres como la de Aquiles y la tortuga, demostrando que si el espacio es infinitamente divisible, el movimiento parece imposible. Para evitar la locura matemática, Aristóteles propuso un dique conceptual:

Infinito potencial: El acto de contar sin detenerse jamás (aceptado por la filosofía griega).

Infinito actual: La existencia completa e instantánea de una totalidad infinita (rechazado como absurdo). (*La enciclopedia de filosofía de Standford*)



Zenon de Eléa.  
490-430a.C.



Aristóteles  
384-322.a.C

Imagen 2 y 3. Fotos de Google



---

---

---

## Singularidades y agujeros negros

*Mientras la matemática recibe el infinito la física lo cuestiona*

---

Singularidades y Agujeros Negros: En el centro de un agujero negro o en el instante cero del Big Bang, las ecuaciones de la relatividad general arrojan valores infinitos para la densidad y la curvatura. La mayoría de los físicos teorizan que el infinito no existe ahí, sino que señala el punto donde la teoría se rompe y requiere la física cuántica. (Hawking, S., y Penrose, R. (1970). *Teoremas de las singularidades*.)



Imagen 4. Fotos de Google

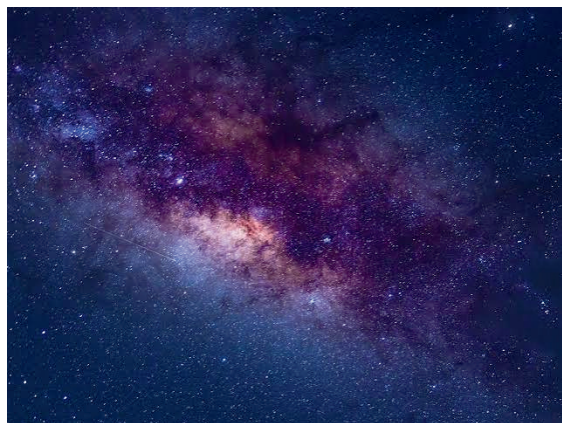


Imagen 5. Fotos de Google

---

## La forma del cosmos

Si el universo es plano y no se curva sobre sí mismo, podría ser literalmente infinito en extensión, albergando un número infinito de galaxias y repeticiones de la materia (NASA, 2022).

---

## ¿Existe realmente el infinito o es solamente una herramienta matemática?

El infinito se ha debatido durante siglos y está relacionado con distintas áreas del conocimiento, como las matemáticas, la filosofía, la física, la astronomía y la cosmología. El infinito puede ser algo que nunca podamos observar directamente, pero es una herramienta indispensable para comprender ideas como el límite, el espacio, el tiempo y las cantidades sin fin. (Stanford Encyclopedia of Philosophy)



# Anatomía de la Nada y el Todo

---

## Paradojas ilustradas: El Hotel Infinito de Hilbert

Para explicar la naturaleza del infinito actual, **David Hilbert** ideó un experimento mental: un hotel con **infinitas habitaciones**, todas ocupadas.

1) **Llega un nuevo huésped**: El recepcionista desplaza al huésped de la habitación  $\{n\}$  a la  $\{n+1\}$ . La habitación 1 queda libre.

2) **Llega un autobús infinito**: El recepcionista mueve a cada huésped de la habitación  $\{n\}$  a la  $\{2n\}$ . Todas las habitaciones impares quedan libres para los nuevos clientes.(Elpais.com)



Imagen 6. Elpais.com

## Matemáticas intusiunistas

---

Las matemáticas intuicionistas, desarrolladas por L. E. J. Brouwer, consideran que los números y otros objetos matemáticos se construyen poco a poco mediante procesos mentales. Por eso, rechazan la idea de un infinito completamente terminado. Para ellos, el infinito es potencial, es decir, un proceso que puede continuar indefinidamente, pero que nunca llega a completarse.(Internet encyclopedia of philosophy).

Para Brouwer, el infinito no es un lugar que ya existe, sino el tiempo mismo. Imagina que la mente matemática es como un reloj que nunca se detiene: con cada parpadeo de tu conciencia, creas un nuevo momento y un nuevo número. El infinito es ese viaje interminable de la mente, lo que significa que el universo matemático no es eterno ni estático, sino que crece, envejece y evoluciona contigo paso a paso.(www.revista.unam.mx)



Imagen 7. Wikipedia

---

## Declaración de Uso Responsable de Inteligencia Artificial

En la realización de este trabajo se utilizó Inteligencia Artificial como herramienta de apoyo únicamente para la revisión de ortografía, redacción. Todos los datos biográficos, contenidos matemáticos y fuentes consultadas fueron recopilados e investigados por los autores del trabajo.



# SUCESIÓN DE FIBONACCI: EL CÓDIGO SECRETO DE LA NATURALEZA

VALENTINA HERNÁNDEZ & FLORENCIA SÁEZ

¿Alguna vez te has preguntado si el universo donde habitamos tiene algún orden?, ¿existe algún patrón en lo que nos rodea? Entenderlo no es solo hablar de números o sucesiones, sino abrir una ventana al lenguaje secreto de la creación.

Esta conocida sucesión debe gran parte de su fama a su reiterada aparición en la naturaleza. Es conocida como “**el código secreto de la naturaleza**” o la “**secuencia divina**”.



*Imagen 1. Extraída del sitio web “Medium”*



*Imagen 2. Extraída del sitio web “La Corriente”*

En este reportaje exploraremos la sucesión de Fibonacci, pasando por la historia de este matemático, su legado, el por qué vemos tanto esta sucesión en la naturaleza, su relación con el cálculo y si es realmente o no el código secreto de la creación.



# CONTEXTO, HISTORIA Y ORIGEN

Leonardo de Pisa, conocido como Fibonacci (hijo de Bonaccio), fue un matemático italiano nacido alrededor de 1170 en Pisa, Italia. Debido al trabajo de su padre en el norte de África, pudo conocer el sistema de numeración indoarábigo, que utiliza las cifras del 0 al 9.

En Europa todavía eran comunes los números romanos y el ábaco. El sistema indoarábigo facilitaba la escritura de los números y operaciones como sumar, restar, multiplicar y dividir. En 1202, Fibonacci publicó el Liber Abaci ("Libro del cálculo"), donde explicó este sistema y ayudó a difundirlo en Europa.



Imagen 3. Extraída del sitio web "Óscar en fotos"

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| . | , | ٢ | ٣ | ٤ | ٥ | ٦ | ٧ | ٨ | ٩ |
| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |

Imagen 4. Extraída del sitio web "Sobre Historia"

Fibonacci no creó la sucesión, ya que existían antecedentes de ella en la India. Sin embargo, lleva su nombre porque fue él quien la dio a conocer y la difundió en Europa.

## EL PROBLEMA DE LOS CONEJOS

En el Liber Abaci, Fibonacci explicó un problema que comenzaba con una pareja de conejos recién nacidos. Cada pareja necesita dos meses para poder reproducirse y, desde entonces, tiene una nueva pareja de crías cada mes.

En el **mes 1** hay 1 pareja y en el **mes 2** continúa siendo 1. En el **mes 3**, la pareja se reproduce y pasan a ser 2. En el **mes 4**, la pareja original vuelve a tener crías y llegan a 3. En el **mes 5**, también puede reproducirse una de las parejas nacidas anteriormente, llegando a 5.

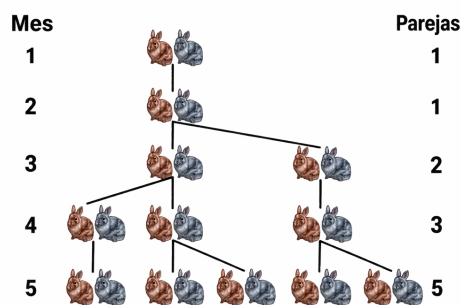


Imagen 5. Extraída del sitio web "Arquímedes UNAM"

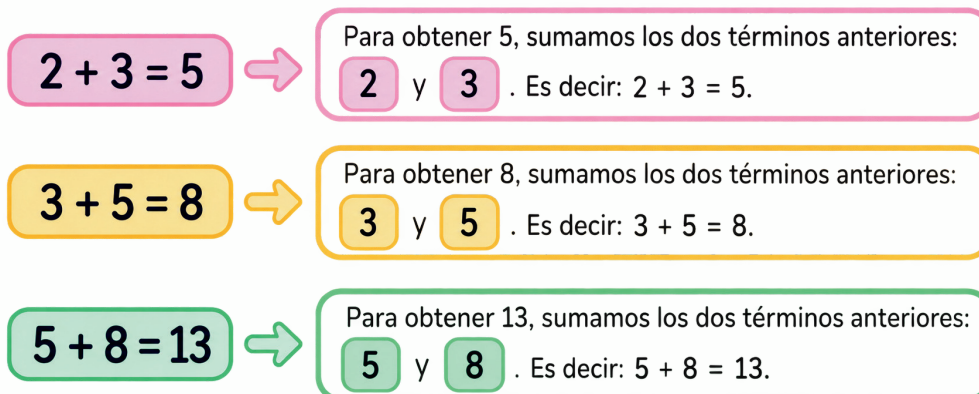
# DEFINICIÓN DE LA SUCESIÓN

Esta sucesión es una secuencia de números naturales en la que **cada término se obtiene sumando los dos anteriores**:

0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, 377, 610...

*Imagen 5. Creada con inteligencia artificial*

Por ejemplo:



*Imagen 6. Creada con inteligencia artificial*

Esta regla puede expresarse de la siguiente forma:

$$F_n = F_{n-1} + F_{n-2}$$

*Imagen 7. Creada con inteligencia artificial*

Donde  $F_n$  es el término que queremos calcular y  $n$  indica su posición.  $F_{n-1}$  es el término inmediatamente anterior a  $F_n$  y  $F_{n-2}$  es el término inmediatamente anterior a  $F_{n-1}$ .

## DATO CURIOSO



*Imagen 8. Extraída de "Canva"*

Pese a que la sucesión se extiende al infinito, los cuadrados perfectos son muy raros en ella, cuando se demostró que solo existen dos **cuadrados perfectos** en toda la serie el **uno** y el **144**.



# FIBONACCI EN LA NATURALEZA

La sucesión de Fibonacci también puede relacionarse con la forma en que distintos seres vivos crecen y se organizan. Se puede observar en:

**Número de pétalos:** En algunas especies, el número de pétalos coincide con Fibonacci: tales como los lirios, primulas y girasoles.



Imagen 9. Extraída del sitio web: "Floristería el buen jardinero"

**Filotaxia:** el estudio de como se distribuyen las hojas alrededor de los tallos. En algunas plantas aparecen giros de  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{1}{3}$ ,  $\frac{2}{5}$  y  $\frac{3}{8}$ , donde encontramos los números de la sucesión 1, 2, 3, 5 y 8, distribución que permite aprovechar mejor la luz solar.



Imagen 10. Extraída del sitio web: "FUNCI" (Fundación de cultura islámica)

**El árbol genealógico de los zánganos:** Un zángano nace de un huevo no fecundado, por lo que tiene madre, pero no padre. Una abeja hembra, en cambio, tiene madre y padre. Por esto, al retroceder en las generaciones de un zángano encontramos 1 madre, 2 abuelos, 3 bisabuelos, 5 tatarabuelos, luego 8, 13..., siguiendo nuevamente la secuencia de Fibonacci.

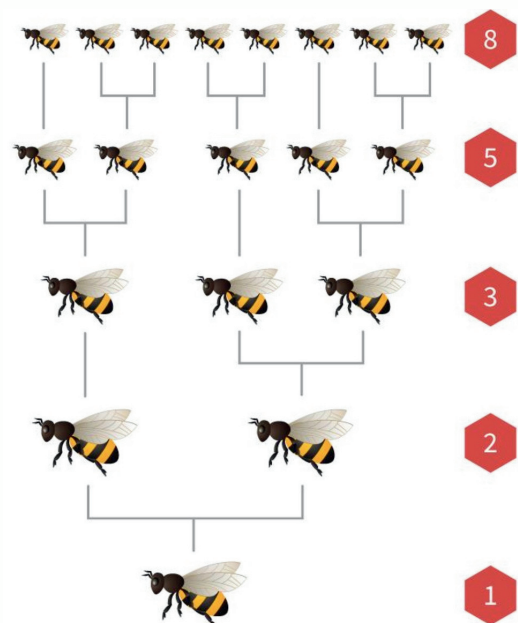


Imagen 11. Extraída del sitio web "Mathigon"

# RAZÓN ÁUREA

La razón áurea, también conocida como proporción divina, es una constante matemática representada por phi:

$$\Phi \approx 1,618$$

La **razón áurea** se encuentra relacionada con el rectángulo áureo, cuya base y altura mantienen esta proporción. Si retiramos un cuadrado de este rectángulo, la figura restante vuelve a conservar la misma proporción. Al repetir el proceso y trazar arcos dentro de los cuadrados se obtiene la conocida espiral de Fibonacci relacionada con una espiral logarítmica.

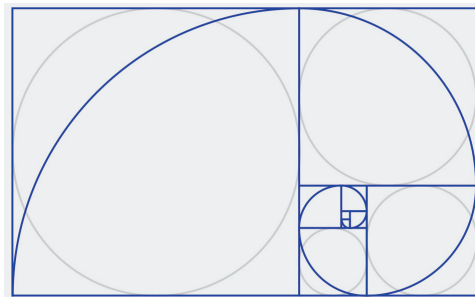


Imagen 12. Extraída del sitio web "Heyjaime"

En la naturaleza, un ejemplo asociado a este tipo de crecimiento es la concha del Nautilus, que aumenta de tamaño manteniendo su forma general.

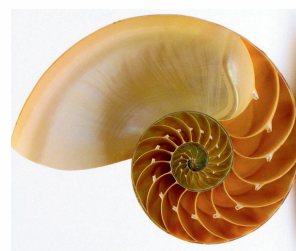


Imagen 13. Extraída del sitio web "Pinterest"

## RELACIÓN CON EL CÁLCULO

La relación entre Fibonacci y  $\Phi$  se vuelve más clara al dividir términos consecutivos:

$$13 \div 8 = 1,625$$

$$34 \div 21 \approx 1,619$$

$$55 \div 34 \approx 1,618$$

Mientras mayores son los términos, el resultado se acerca cada vez más a  $\Phi$ . En cálculo, esto se conoce como un límite:

$$\text{Cuando } n \rightarrow \infty, F_{n+1} / F_n \rightarrow \Phi$$

La sucesión no termina; lo que se aproxima a un límite es el cociente entre sus términos consecutivos. También se relaciona con las ecuaciones en diferencias, porque cada término depende de los dos anteriores, y con el crecimiento asintótico, ya que su crecimiento se relaciona cada vez más con una potencia de  $\Phi$ .



# CONCLUSIÓN



Imagen 14. Extraída del foro de Facebook "Somos Cosmos"

Entonces, ¿es realmente Fibonacci el código secreto de la creación? Podemos decir que sí. Su aparición en diferentes formas naturales muestra que existen patrones matemáticos que se repiten en la manera en que algunos seres vivos crecen y se organizan.

Aunque no toda la naturaleza siga exactamente esta sucesión, Fibonacci permite descubrir parte de ese orden. Por eso puede considerarse uno de los códigos matemáticos presentes en la creación.

## BIBLIOGRAFÍA

- Alonso, Á., y Bermúdez, T. (2002). **De conejos y números. La sorprendente sucesión de Fibonacci.** La Gaceta de la Real Sociedad Matemática Española (RSME), Vol. 5.1, págs. 175–196.
- Balibrea Gallego, F. **Ubicuidad de la sucesión de Fibonacci.** Dialnet.
- Enamorado Báez, S. M. (2008). **La sucesión de Fibonacci en la naturaleza de las plantas.** Isagogé, 5.
- Enamorado Báez, S. M. (2008). **La sucesión de Fibonacci en la naturaleza de las plantas.** Isagogé, 5.
- Viggiani Rocha, M. I. **La sucesión de Fibonacci.** Revista de Educación Matemática (R.E.M.), Universidad Nacional de Tucumán.
- TEC. Grandes temas de la matemática: Capítulo 4: Fibonacci. [Video en línea].

# Cuando sumar dejó de ser solo sumar

El origen de las sumatorias

Agustín Muñoz

Mateo Ayala

¿Cómo sumarias todos los números del 1 al 100 en 2 minutos?



Imagen 1. Jensen, C. A. (1840). Carl Friedrich Gauss [Pintura]. Wikimedia Commons.

¿Cómo sumarias todos los números del 1 al 100 en menos de dos minutos? Para la mayoría de las personas, este desafío no sería nada fácil. Probablemente necesitarían un lápiz, una hoja, una calculadora y bastante paciencia.

Sin embargo, para un niño alemán de alrededor de 7 años, a finales del siglo XVIII, resolverlo fue sorprendentemente sencillo. Ese niño era Carl Friedrich Gauss, quién es recordado por una famosa anécdota en la que encontró una forma rápida de calcular esta suma sin tener que ir número por número.

Aunque muchas personas creen que él inventó este método, en realidad solo lo redescubrió. Los primeros registros de una idea similar se remontan a casi tres mil años antes, alrededor del 1550 a. C., en el antiguo Egipto.

Pero antes de descubrir cómo surgió este ingenioso método y cómo llegó hasta nuestros días, primero debemos responder una pregunta fundamental:

## ¿Qué es una sumatoria?

En lugar de llenar cuadernos enteros escribiendo  $1 + 2 + 3 + 4...$  hasta el infinito, los matemáticos inventaron las sumatorias. Estas son operaciones que te dicen cómo hacer una suma larga de forma sencilla.

Para dar esa orden usan la letra griega  $\Sigma$  (Sigma), la cual te indica como realizarlo consistiendo en 4 partes:

- $\Sigma$ : indica que debemos sumar.
- $i=1$ : indica desde dónde comenzamos.
- $n$ : indica hasta dónde sumamos.
- $a_i$ : indica qué debemos sumar en cada paso.

En otras palabras una sumatoria te permite escribir muchas sumas de manera compacta.

$$\sum_{i=l}^n a_i$$

Imagen 2. Fórmula de la sumatoria de una constante (Maestre, 2023).



# El origen remoto

Arquímedes y Eudoxo

## El papiro de Rhind

Este papiro encontrado en Egipto es una de las evidencias más antiguas que conservamos de cómo los seres humanos utilizaban procedimientos matemáticos para resolver problemas complejos, como divisiones o multiplicaciones. El documento funcionaba como una guía práctica y es probablemente el antecedente más primitivo de lo que hoy conocemos como sumatoria, a través de descomponer estas operaciones en una sucesión de sumas, lograban llegar al mismo resultado para rendir cuentas, repartir alimento o medir tierras.

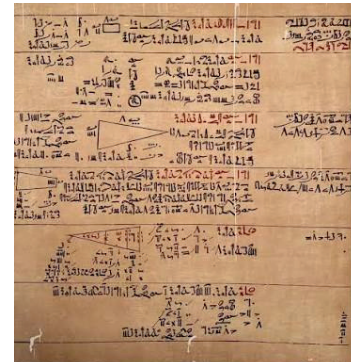


Imagen 3. Papiro Matemático Rhind  
Tomado de Ciencias de Bolsillo  
(Facebook).

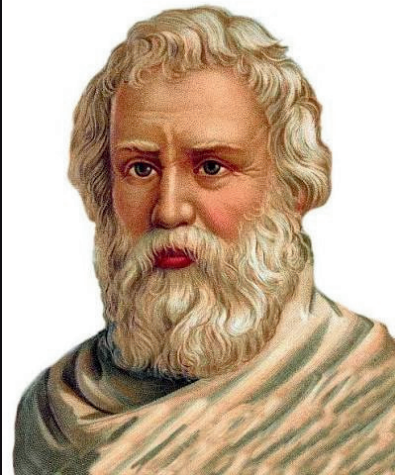


Imagen 4. Ilustración de Arquímedes  
(Caamal).

Dejando Egipto de lado, en Grecia entre los siglos IV y III a.c., Eudoxo y Arquímedes realizaron otro avance que los aproximó nuevamente al concepto aún inexistente de una sumatoria. Eudoxo desarrolló el método de exhaución, que consistía en medir formas irregulares al descomponerlas en figuras más fáciles de calcular, como triángulos y rectángulos de menor tamaño, posteriormente este método fue perfeccionado por Arquímedes, por su parte el realizó procesos similares que involucraban la suma de muchas partes pequeñas para aproximarse a un total exacto.



Imagen 5. Ilustración sobre la evolución de los cálculos aritméticos hacia las sumatorias [Imagen generada por IA] (ChatGPT).

La implementación de este tipo de cálculos aritméticos fue el siguiente paso para la posterior creación del concepto de sumatorias, el siguiente gran salto ocurrió en la segunda mitad del siglo XVII gracias a Newton y Leibniz

# Newton y Leibniz

## Aporte de Isaac Newton

Newton generó un gran aporte a la creación de las sumatorias a través de la invención del cálculo infinitesimal aplicado al mundo físico, a este lo llamó el “método de fluxiones”. Con él medía cambios en instantes infinitamente pequeños (la derivada), demostrando que al sumar o acumular todos esos pequeños cambios se podía obtener el total de un movimiento, como una distancia recorrida a partir de su velocidad.



Imagen 6. Retrato de Sir Isaac Newton

Nota. Pintura realizada por G. Kneller, 1689,  
Wikimedia Commons.



Imagen 7. Gottfried Leibniz.

Oleo de C. B. Francke (c. 1700), Museo Herzog Anton  
Ulrich.

## Aporte de Leibniz

Leibniz, de igual manera, desarrolló el cálculo infinitesimal de forma independiente a Newton. Pese a que lo desarrolló un poco después, publicó su trabajo antes y es el creador de la notación que usamos hoy en día. Además, introdujo el símbolo de la integral  $\int$ , una “S” alargada por la palabra Summa, para representar la operación inversa a la derivada, cerrando así un hito fundamental en el origen de las sumatorias.

Con los aportes de Newton y Leibniz, la idea de sumar infinitas partes pequeñas alcanzó su madurez conceptual dentro del cálculo. Sin embargo, para que la sumatoria se convirtiera en la herramienta algebraica práctica que conocemos hoy, aún faltaba un último paso: crear un símbolo universal que simplificara su escritura.



Imagen 8. Representación artística de Isaac Newton y Gottfried Wilhelm Leibniz discutiendo sus desarrollos sobre el cálculo infinitesimal en un estudio del siglo XVII.  
(Gemini, escena simbólica).



# La aparición de $\Sigma$

## Euler y el nacimiento de $\Sigma$

Aunque Newton y Leibniz revolucionaron las matemáticas, representar sumas de muchos números seguía siendo un proceso largo y desordenado. No existía un símbolo único que todos usaran para indicar una suma gigante.

La solución llegó en 1755, cuando el matemático suizo Leonhard Euler introdujo el símbolo  $\Sigma$  (Sigma) en su obra *Institutiones calculi differentialis*. Eligió esta letra griega porque equivale a la S, inicial de la palabra latina summa («suma»).

Con esta innovación, Euler logró que expresiones complejas y extensas pudieran escribirse en un solo símbolo claro como  $\sum a_i$ , transformando un cálculo abrumador en una notación simple y universal.



Imagen 9. Retrato de Leonhard Euler  
Nota. Pintura realizada por J. E. Handmann (1753).



Imagen 10. Evolución de la sumatoria  
[Imagen generada por IA] (ChatGPT).

## Evolución y aplicaciones modernas

Desde las primeras aproximaciones en Egipto y Grecia, pasando por los avances de Newton y Leibniz, la sumatoria evolucionó de una simple adición a un pilar fundamental del análisis matemático tras la introducción del símbolo  $\Sigma$  por Euler en 1755. Durante los siglos XIX, XX y XXI, esta herramienta se expandió a disciplinas como la física, la economía, la informática y la inteligencia artificial. Hoy en día, aunque las computadoras realizan automáticamente sumas masivas, el símbolo  $\Sigma$  sigue siendo indispensable para expresar y sintetizar operaciones complejas de forma breve y universal.

## Bibliografía

[Encyclopædia Britannica. \(s.f.\). Mathematics: Newton and Leibniz.](#)

[Universidad Nacional de San Agustín de Arequipa. \(s.f.\). Aportaciones de Newton y Leibniz al cálculo diferencial. Studocu.](#)

[Tocino, A. \(s.f.\). Documento de trabajo sobre historia de las matemáticas y su enseñanza \[TFM Profesorado\].](#)

[Profesor en Línea. \(s.f.\). Sumatoria o Notación Sigma: Origen histórico y fórmula de Gauss.](#)

## Declaración de uso de IA

Generación de imágenes: Las ilustraciones de las figuras 5, 8 y 10 fueron generadas mediante ChatGPT y Gemini con fines ilustrativos.

Redacción y estructuración: Se utilizó asistencia de IA como herramienta de apoyo para la revisión sintáctica, corrección de estilo, condensación del texto y estructuración periodística del contenido.

# DOS GENIOS UN MISMO DESCUBRIMIENTO

Trinidad Muñoz

Amanda Montoya

Dos genios, un mismo descubrimiento y una pregunta que tardaría siglos en responderse:  
*¿Quién inventó realmente el cálculo?*

Todo empezó en Europa a finales del siglo XVII. Mientras las ciudades europeas avanzaban en descubrimientos científicos, telescopios y nuevas ideas, una gran disputa empezó a crecer entre dos grandes intelectuales de la época, quienes estaban trabajando en el mismo problema al mismo tiempo: Isaac Newton y Gottfried Leibniz.

No era solo una disputa matemática. Sino que estaba en juego algo muy importante, que era el reconocimiento de haber creado una herramienta que cambiaría a la ciencia para siempre.

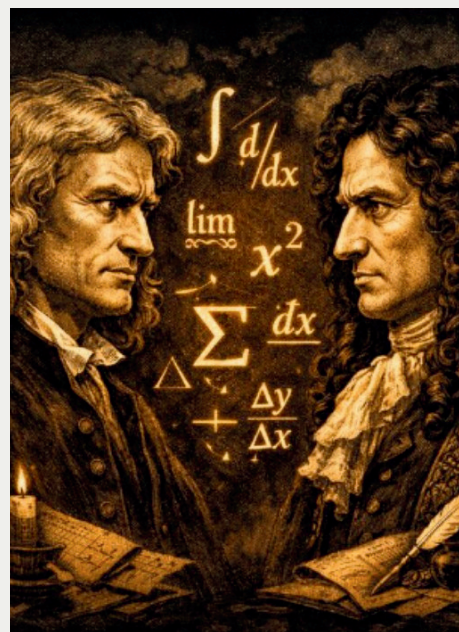


Imagen 1. Newton vs Leibniz - @martimaticos

## El nacimiento de una nueva matemática

Para entender bien como estos grandes pensadores de su época hay que remontar unos años atrás, cuando la Gran Peste habitaba en Londres, forzando a cerrar las puertas de la universidad de Cambridge, Isaac Newton se vio obligado a volver a su casa en el campo, sin embargo, ese fue su mejor año, ya que a sus 23 años hizo grandes descubrimientos.

Durante este periodo, Isaac Newton, empezó a buscar herramientas matemáticas que le ayudarían a estudiar problemas relacionados con el movimiento. Él se preguntaba si la posición de un objeto cambiaba con el tiempo ¿Cómo sabremos determinar exactamente qué tan rápido está cambiando en un instante preciso?



Imagen 2. Newton y Leibniz - Acelerando la ciencia

Newton empezó a desarrollar sus ideas sobre las fluxiones, concepto relacionado con la variación de una magnitud respecto del tiempo. Según el propio Newton, desarrolló el método de fluxiones principalmente durante 1665 y 1666. Sin embargo, muchas de sus investigaciones quedaron en manuscritos y no fueron publicadas al tiro.

En la época de 1670 mientras Newton ocultaba su descubrimiento, por otro lado en el continente se encontraba, Leibniz, filósofo, jurista, historiador y diplomático, quien abordaba las matemáticas desde otro punto, creó su propio sistema de cálculo. Él quería crear un lenguaje universal con símbolos precisos y sistemáticos  $dx$  y  $dy$ . En 1675 ya utilizaba la notación moderna para la integral en sus manuscritos, y en 1684 publicó su método de cálculo diferencial. Dos años después, en 1686, publicó un trabajo sobre cálculo integral en el que apareció por primera vez el símbolo  $\int$ .



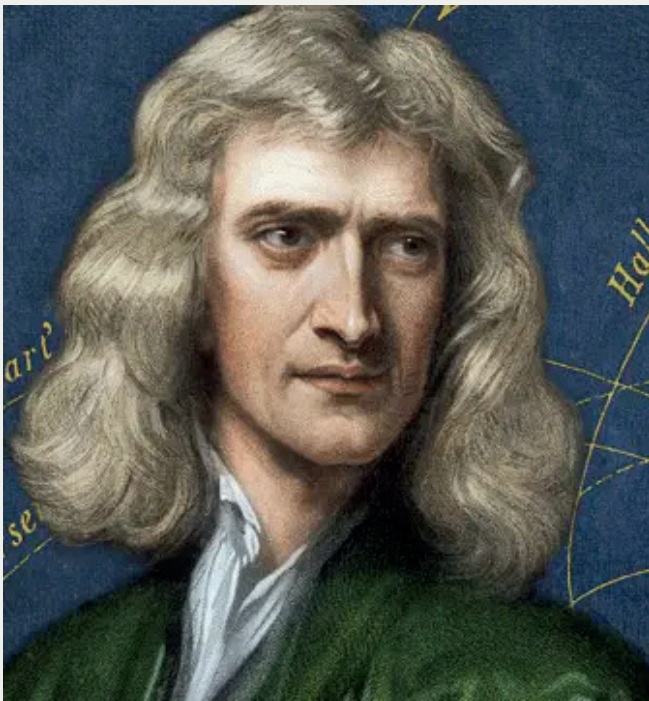


Imagen 3. Isaac Newton - BBC News Mundo

Dos matemáticos habían llegado a herramientas capaces de estudiar el cambio. Y ahí fue cuando apareció el problema que cambiaría sus historias: ¿Quién había llegado primero?

## Dos formas de hacer cálculo

La importancia de la disputa se entiende mejor al conocer que habían creado.

El cálculo diferencial permite estudiar cómo cambia una cantidad. Su concepto fundamental es la derivada. Por ejemplo, si  $s(t)$ , representa la posición de un auto en función del tiempo, su derivada  $s'(t)$  representa la velocidad instantánea, es decir, el índice de cambio de posición en un instante determinado

Newton inició esta idea por las fluxiones, relacionándolas directamente con cantidades que cambian en el tiempo. Su enfoque estaba muy conectado con la geometría y con problemas físicos del movimiento.

Leibniz desarrolló otra forma de expresar el mismo tipo de relación. Utilizó  $dy$  y  $dx$  para representar diferenciales y escribió la razón de cambio mediante la conocida expresión:  $\frac{dy}{dx}$

Esta expresión resultó muy importante porque mostraba que variable cambiaba respecto a cuál. Pero el cálculo no sólo medía el cambio (derivada), sino también su acumulación (integral), que si la derivada da la velocidad, la integral calcula el desplazamiento total. Con el símbolo  $\int$  publicado en 1686, Leibniz unificó ambas ideas en un lenguaje clave para entender el movimiento continuo.

Así Newton y Leibniz estaban creando herramientas matemáticas para estudiar velocidades, curvas, movimientos y cambios continuos.



Imagen 4. Gottfried Leibniz - IEEE Spectrum

## De la prioridad a la sospecha

Durante un tiempo, la diferencia se veía de manera que Newton había trabajado antes, pero Leibniz había publicado antes. Pero, la discusión empezó a ponerse más grave.

En 1699, Nicolas Fatio De Guiller afirmó que Newton había sido el primero en inventar el cálculo y dejó sospechas de la posibilidad que Leibniz se haya robado ideas del trabajo de ingleses.

Leibniz rechazó sus acusaciones. Y defendió que desarrolló su método de manera independiente y recordó que Newton había reconocido anteriormente que no había tomado los descubrimientos de él.

## La acusación de plagio

En 1708, el matemático inglés John Keill continuó la defensa a favor de Newton. La situación empeoró cuando en 1711, Keill escribió a la Royal Society y surgió que Leibniz había tenido sus métodos a partir de los escritos de Newton.

Y ya no sólo cuestionaban que Newton lo hizo primero, sino que también la originalidad matemática de Leibniz. El decidió defenderse públicamente y llevó el caso ante la Royal Society de Londres, institución científica muy importante de la época. El problema era evidente, Isaac Newton era presidente de la Royal Society.



Imagen 5. Royal Society- National Geographic

El informe favoreció a Newton ya que su objetivo principal era demostrar que él había inventado el cálculo infinitesimal antes y acusar formalmente de plagio a Gottfried Wilhelm Leibniz, rechazando el reclamo de Leibniz. Sin embargo, el proceso fue cuestionado, ya que Newton era presidente de la institución y había participado directamente en los documentos que lo defendían, dándole prioridad.

Aunque en Gran Bretaña esta decisión fue un golpe duro para la reputación de Leibniz, en el resto de Europa su reputación se mantuvo firme.

Al final, había algo que el informe no decía y no podía cambiar, y era que dos hombres habían creado métodos matemáticos propios para estudiar el cambio.

## Una disputa que traspasó las matemáticas

La institución empezó una investigación y reunió todos los documentos relacionados con el origen del cálculo. Esta disputa se había convertido en un conflicto institucional.

## El veredicto

En 1712, La Royal Society publicó el *Commercium Epistolicum*, una recopilación de cartas y documentos respaldando la prioridad de Newton.

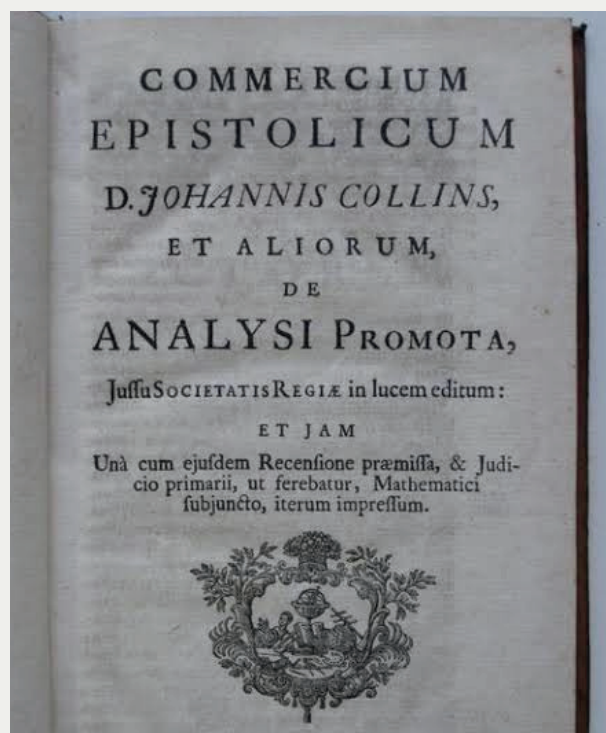


Imagen 6. *Commercium Epistolicum* - History of information

Esta controversia terminó dividiendo a matemáticos ingleses y continentales. Los seguidores de Newton defendían la prioridad de su investigación y los de Leibniz destacaban que su método fue hecho de manera independiente y que lo publicó antes. La disputa dejó de representar solo a Newton y a Leibniz y se volvió en un enfrentamiento entre matemáticos.

Mientras ellos discutían sobre quién debía recibir el reconocimiento, el cálculo seguía desarrollándose, algo muy irónico.

## ¿Quién inventó realmente el cálculo?

Leibniz murió en 1716, pero la discusión siguió durante mucho tiempo.

Durante años, la versión favorable hacia Newton fue muy influyente. Pero se estudiaron los manuscritos, cartas y publicaciones y esto permitió entender mejor el desarrollo independiente de los dos métodos.

Hoy la interpretación histórica más aceptada dice que Newton creó su cálculo antes que Leibniz, pero Leibniz desarrolló su propio sistema de manera independiente y lo publicó antes. Por eso, presentar la historia como que Leibniz le copió el cálculo a Newton es incorrecto.



Newton y Leibniz hicieron caminos diferentes pero los dos ayudaron de manera significativa a la matemática. El resultado más importante fue mucho más allá de una victoria personal, sino que gracias a estos aportes, las matemáticas tienen una forma de estudiar el cambio continuo.



Imagen 7. Statues of Isaac Newton and Gottfried Leibniz -  
Wikipedia

Después de siglos de disputa, la pregunta no debería ser solamente quién ganó. Porque mientras Newton y Leibniz luchaban por tener reconocimiento en su descubrimiento, el cálculo terminó cambiando para siempre la manera de comprender el movimiento, las curvas y lo que nos rodea.

---

---

---

## Referencias y Fuentes Consultadas

1. <https://www.britannica.com/biography/Isaac-Newton>
2. [http://www.scielo.org.co/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S0120-24482010000400001](http://www.scielo.org.co/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0120-24482010000400001)
3. <https://www.bbc.com/mundo/noticias-44560601>
4. <https://www.univision.com/explora/newton-vs-leibniz-la-disputa-por-el-calculo-infinitesimal>
5. <https://psicologiyamente.com/biografias/gottfried-leibniz>

## Declaración de Uso Responsable de Inteligencia Artificial

En la realización de este trabajo, el uso de Inteligencia Artificial en este trabajo se restringió al resumen de textos de apoyo, la revisión ortográfica y como una ayuda para la estructura de la crónica. Todo el contenido histórico, biográfico, matemático y bibliográfico fue investigado, redactado y contrastado por los autores.

# Descubrimiento de la sucesión de Fibonacci

Desde un problema de conejos hasta la naturaleza

Cristóbal Mardones & Sebastián Cornejo

La sucesión de Fibonacci es una cosa más que interesante, ya que es algo que suena mucho en sectores mas allá del matemático, en la biología, arte, finanzas y muchas cosas más, puesto que es una proporción que ha demostrado una gran versatilidad en diversos campos, siendo así, un gran logro para la matemática y el entendimiento humano.

Aunque el matemático italiano Leonardo de Pisa, también conocido como Fibonacci, dio nombre a esta conocida serie numérica en el siglo XIII, la historia comenzó mucho antes. Alrededor del año 450 a. C. en la India, el poeta y matemático Acharya Pingala halló sus primeros indicios al analizar la estructura métrica de la poesía sánscrita. Entre los siglos III a. C. y XII d. C., sabios como Bharata Muni en las artes escénicas, Virahanka (c. 700 d. C.) y el filósofo Acharya Hemachandra detallaron de forma precisa cómo la suma de patrones rítmicos generaba esta progresión, pero aun así, la conocemos como la sucesión de Fibonacci, ya que este la publicó en su famoso libro "Liber Abaci" donde presenta la secuencia bajo un problema matemático de parejas de conejos y la cría de ellos.

Así que comenzando a hablar de Fibonacci, él fue nacido en 1170 en la República de Pisa, pero fue criado y educado en el norte de África, donde su padre llamado Guilielmo tenía un puesto diplomático, ya que representaba a los comerciantes de la República de Pisa que operaban en Bugia, un puerto que quedaba al norte de Argelia. Fibonacci fue educado en matemáticas en aquella ciudad y viajó por distintos lugares junto a su padre, conociendo enormes avances y ventajas en los sistemas matemáticos que habían en los lugares que visitó.



Imagen 1. extraída de Oscarenfotos.

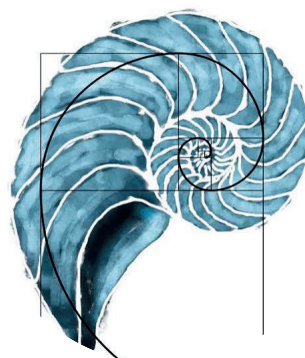


Imagen 2. extraída de Pinterest.



Imagen 3. Extraída de Edupython.



Fibonacci terminó sus viajes cerca del año 1200, y a su vez en esa época volvió a su tierra natal, donde se dedicó a escribir algunos de los más importantes libros de la época, con grandes contribuciones al mundo, entre ellas, el fué quién introdujo el sistema de enumeración arabigo en Europa, siendo este el que usamos aquí hoy en día e introdujo así también el número 0. Una cosa a destacar fue que los escribió antes de que existiera la imprenta, por lo que sus libros eran todos manuscritos. De sus libros el que postula la existencia del famoso espiral es el llamado “Liber abaci” (1202), libro publicado en base a los conocimientos recolectados por el mundo de aritmética y álgebra, alcanzando gran revuelo por Europa.

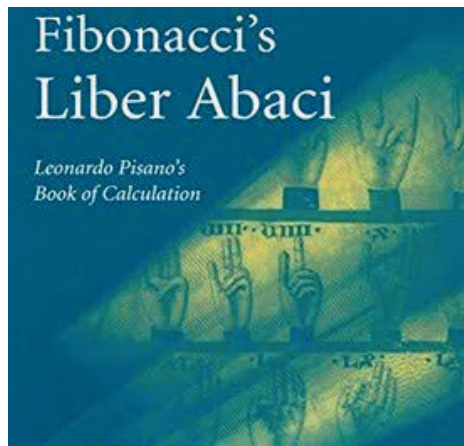


Imagen 4. Extraída de BuscaLibre.

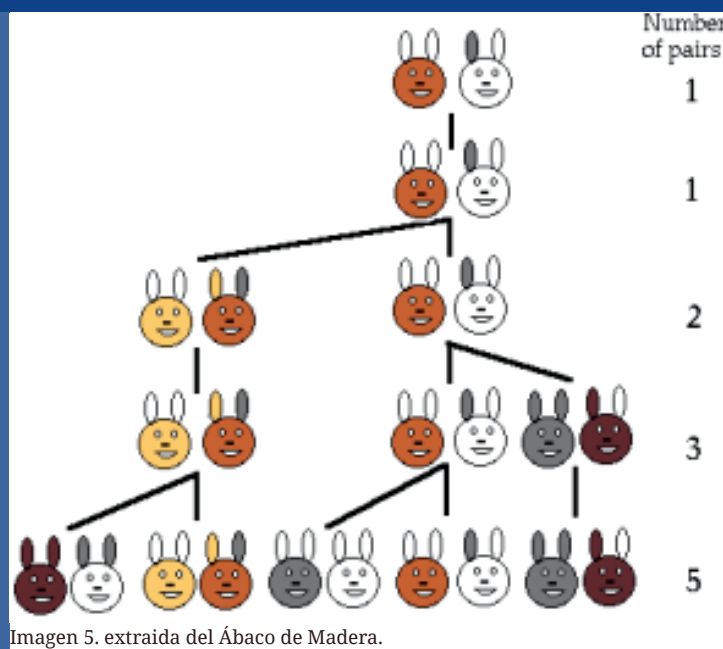


Imagen 5. extraída del Ábaco de Madera.

El problema que se propone acá es de la crianza de conejos, donde se observa el patron que sigue el espiral mediante la decendencia que dejaban las parejas de conejos al avanzar el tiempo. La pregunta que se planteó fue ¿Cuántas parejas de conejos tendremos a fin de año, si comenzamos con una pareja que produce cada mes otra pareja que procrea a su vez a los dos meses de vida?. Dando así con el siguiente resultado resumido en el siguiente esquema.

**En resumen, el problema se fué desarrollando tal que así en este orden:**

- En primer lugar, tenemos una pareja de conejos el primer mes.
- El segundo mes, la pareja envejece (todavía no procrea).
- El tercer mes, la pareja procrea otra pareja, o sea que ya tenemos dos.
- El cuarto mes, la pareja más vieja vuelve a procrear, mientras que la segunda envejece. En total, tenemos 3 parejas.
- El quinto mes, las dos parejas más viejas procrean de nuevo, y la tercera envejece. En total, tenemos  $3+2=5$ .
- El sexto mes, las tres parejas más viejas procrean, y las dos más nuevas envejecen, de manera que tenemos  $5+3 = 8$ .

Una característica insignia de la sucesión de Fibonacci, es el como la podemos ver en tantos lados dentro de cosas que nos rodean en nuestro día a día y pasan desapercibidas, como las finanzas, programación y en la naturaleza, siendo esta ultima la que tiene los casos más populares, entre los que se encuentran los que mostraremos a continuación:

La concha del Nautilus y de diversos caracoles se desarrolla de acuerdo con la Espiral de Fibonacci (formada por cuadrados con lados de longitud 1, 2, 3, 5, 8). A medida que el organismo se desarrolla, su hogar se amplía proporcionalmente manteniendo la misma forma armónica.



Imagen 6. Extraída de rockidentifier.

La estructura del ADN, que se presenta en forma de doble hélice, muestra proporciones fundamentadas en la secuencia de Fibonacci a nivel microscópico y genético: cada vuelta completa de la espiral tiene alrededor de 34 ángstroms de longitud y 21 ángstroms de ancho (dos números sucesivos de dicha serie).

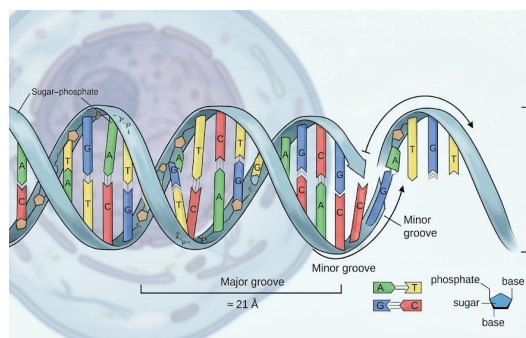


Imagen 7. Extraída de GEMINI.

## Bibliografia

- <https://maths-from-the-past.org/the-fibonacci-sequence/>
- <https://elabacodemadera.com/2012/08/03/la-sucesion-de-fibonacci-y-los-conejos/>
- <https://www.thethinkacademy.com/blog/edubriefs-fibonacci-in-nature-how-patterns-spark-kids-love-for-math/>
- <https://www.superprof.cl/blog/fibonacci-vida-real/>



# CÓMO LAS MATEMÁTICAS PREDICEN EL CRECIMIENTO DEL DINERO

Vicente Uribe

Matias Villegas

*¿Quieres ser  
emprendedor?*



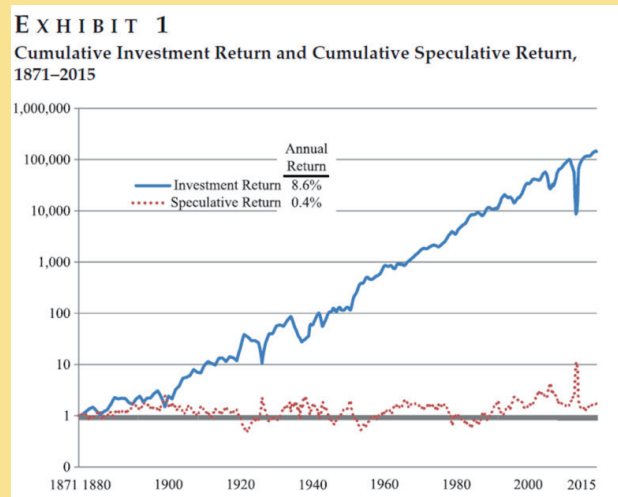
Imagen: Meme Man "Stonks". Creado por Special Meme Fresh (2017).

- Quieres que tus acciones saquen su mayor potencial?
- Quieres saber si son rentables a futuro?
- Quieres saber es el mejor momento para venderlas?

**Jack Bogle** pensaba lo mismo por eso invento una explicación sencilla para predecir la rentabilidad de las acciones.

Su modelo es el siguiente: Rentabilidad esperada (nominal, anualizada durante los próximos 10 años) = Rentabilidad por dividendo inicial + Tasa de crecimiento de las ganancias + Cambio porcentual (anualizado) en el múltiplo P/E.

$$\text{Predicted Return} = \text{Starting Dividend Yield} + \text{Earnings Growth Rate} + \% \text{ Change in } P$$



Gráfico/Tabla: Tomado de Jack Vogel / Alpha Architect.

El análisis de las inversiones no se limita a un único gasto o ganancia. En esquemas reales como planes de jubilación, anualidades o préstamos hipotecarios, existen flujos de caja periódicos.

Para calcular el valor total acumulado tras “n” aportaciones periódicas de valor “P”, se recurre a la sumatoria de una serie geométrica finita:

$$V_{\text{presente}} = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{P}{(1+r)^k} = \frac{P}{r}$$

$$S_n = \sum_{k=1}^n P(1+r)^{n-k} = P \frac{(1+r)^n - 1}{r}$$

Al evaluar un proyecto de inversión a perpetuidad (pagos fijos infinitos en el tiempo), los economistas aplican un concepto llamado “Serie infinita convergente”. para descontar el valor del dinero futuro al presente con una tasa de descuento  $r > 0$ :

## Cálculo de la rentabilidad esperada y la varianza

El rendimiento esperado representa la ganancia o pérdida promedio de una inversión a lo largo del tiempo. La fórmula es simple pero poderosa:

**Rendimiento esperado =  $\Sigma$  (Probabilidad  $\times$  Rendimiento)**

Reuniendo todos los elementos para predecir la rentabilidad de las acciones.

Predicted Return = Starting Dividend Yield + Earnings Growth Rate + % Change in  $P/E$

Predicted Return = 1.5% + 7% + (-2%) = 6.5%

Así pues, hemos utilizado un modelo, el de Jack Bogle, y hemos generado las tres partes de los rendimientos previstos (nominales).

Los resultados son hipotéticos y NO son un indicador de resultados futuros ni representan las ganancias reales de ningún inversor. Los índices no están gestionados, no reflejan las comisiones de gestión ni de negociación, y no es posible invertir directamente en un índice.

El Modelo CAPM (Capital Asset Pricing Model), desarrollado por el Premio Nobel William Sharpe, es una herramienta matemática que calcula la tasa de retorno esperada de un activo en función del riesgo asumido. Su premisa fundamental establece que existe una relación directa entre ambas variables: a mayor riesgo sistemático de mercado, mayor será la rentabilidad esperada para el inversor.

A pesar de basarse en supuestos teóricos como la competencia perfecta, la aversión al riesgo con información simétrica y una distribución normal de las rentabilidades, el CAPM es muy utilizado por su practicidad. En la economía moderna, permite cuantificar dicha relación para deducir el porcentaje de rendimiento potencial de cualquier activo financiero.

El modelo CAPM desarrolla la siguiente fórmula para calcular la rentabilidad de un activo:

$$E(r_i) = r_f + \beta [E(r_m) - r_f]$$

Donde:

- $E(r_i)$ : es la tasa de rentabilidad esperada de un activo concreto.
- $r_f$ : es la rentabilidad esperada de un activo sin riesgo.
- $\beta$  o Beta: es una medida de sensibilidad que permite conocer la variación relativa de rentabilidad de un activo financiero en relación a un índice de referencia o benchmark. Normalmente este índice de referencia es el índice bursátil en el que cotiza el activo financiero.
- $E(r_m)$ : es la tasa de rentabilidad esperada del mercado en que cotiza el activo.



Imagen: Gaceta UNAM. Las matemáticas, imprescindibles para el desarrollo (2022).

A lo largo del reportaje vimos cómo herramientas tan conocidas como las sumas de series o las probabilidades nos ayudan a saber cuánto dinero ganaremos realmente en el futuro con un préstamo, una jubilación o una inversión. Además, modelos prácticos como el de Jack Bogle o el CAPM nos enseñan a calcular qué ganancias podemos esperar de una acción y nos recuerdan una regla de oro: a mayor riesgo, mayor debería ser la ganancia que exigimos. Para ser emprendedor o manejar bien tu dinero no necesitas ser un genio matemático, pero sí entender estas ideas clave. Al final, las fórmulas son solo la brújula que nos ayuda a tomar decisiones más inteligentes y con menos miedo a equivocarnos.

## FUENTES CONSULTADAS

- ALPHA ARCHITECT. PREDICTING STOCK RETURNS USING A SIMPLE MODEL. ALPHA ARCHITECT. [HTTPS://ALPHAARCHITECT.COM/PREDICTING-STOCK-RETURNS-USING-A-SIMPLE-MODEL/](https://alphaarchitect.com/predicting-stock-returns-using-a-simple-model/)
- SCIENCE NC. HOW DOES MATHEMATICS HELP IN MANAGING YOUR FINANCIAL PORTFOLIO?. SCIENCE NC. [HTTPS://WWW.SCIENCENC.COM/HOW-DOES-MATHEMATICS-HELP-IN-MANAGING-YOUR-FINANCIAL-PORTFOLIO/](https://www.sciencenc.com/how-does-mathematics-help-in-managing-your-financial-portfolio/)
- UNIR CHILE. MODELO CAPM. UNIVERSIDAD INTERNACIONAL DE LA RIOJA. [HTTPS://CHILE.UNIR.NET/NOTICIAS/EMPRESA/MODELO-CAPM/](https://chile.unir.net/noticias/empresa/modelo-capm/)

ESTE DOCUMENTO TIENE FINES MERAMENTE INFORMATIVOS Y EDUCATIVOS, Y NO DEBE INTERPRETARSE COMO ASESORAMIENTO ESPECÍFICO EN MATERIA DE INVERSIONES, CONTABILIDAD, DERECHO O IMPUESTOS. SI BIEN SE CONSIDERA QUE CIERTA INFORMACIÓN ES FIABLE, NO SE GARANTIZA SU EXACTITUD NI SU INTEGRIDAD.



# SUMATORIAS

## LAS SUMAS QUE PERMITEN RESOLVER GRANDES PROBLEMAS

Josefa Medina & Francesca Leal



$$\sum_{i=1}^n a_i$$

Imagen 1: Google (Maestre, 2023)

### ¿Qué son las sumatorias?

La sumatoria, también llamada notación sigma, es una forma compacta de representar la suma de una sucesión en los números reales ( $\mathbb{R}$ ), es decir, de varios números que siguen un orden o una regla. Es una forma de representar el total de los términos expresados como sucesión de sumandos.

Para escribirla se utiliza la letra griega sigma mayúscula ( $\Sigma$ ). Este símbolo es el que nos indica que tratamos, efectivamente, con una sumatoria.

La sumatoria no es exactamente lo mismo que una suma común. Por ejemplo, cuando decimos que  $2 + 3 = 5$ , estamos haciendo una suma.

En cambio, la sumatoria sirve para representar de manera corta sumas de una serie de números que pueden llegar a ser demasiado extensas, casi hasta el infinito, como para tratarlas como una simple adición.



### ¿Para qué sirven?

Las sumatorias hacen que las operaciones grandes sean más fáciles de escribir, entender y resolver.

Es de suma importancia en matemáticas y en diversos campos científicos por varias razones:

- Concisión: reduce largas expresiones aritméticas a formas compactas y manejables, simplificando los cálculos y la comunicación.
- Precisión: proporciona una forma precisa de representar sumas. Esta claridad es esencial en pruebas matemáticas, investigaciones científicas y aplicaciones de ingeniería.
- Generalización: no se limita a números o términos específicos, por lo que es aplicable a una amplia gama de problemas matemáticos y científicos.
- Eficiencia computacional: permite desarrollar algoritmos que aprovechan la estructura de las sumatorias, reduciendo el tiempo computacional.

# PARA ENTENDER UNA SUMATORIA, DEBEMOS CONOCER LAS PARTES QUE LA CONFORMAN:

$$\sum_{i=k}^n a_i = a_k + a_{k+1} + a_{k+2} + \dots + a_n$$

Imagen 2: Google (Casanova, 2020)

- **$\Sigma$ :** es el símbolo (sigma) que indica que debemos sumar.
- **Índice de la sumatoria (i):** normalmente se representa con las letras i, j o k. Esta letra es la que va cambiando de valor a medida que se realiza la suma. Con  $k \in \mathbb{N}$ .
- **Límite inferior (i=k):** aparece debajo de  $\Sigma$  e indica desde qué número comienza la suma. Por ejemplo, si fuera  $i=1$ , se empieza desde 1.
- **Límite superior (n):** aparece arriba de  $\Sigma$  e indica hasta qué número se debe sumar.
- **Término general ( $a_i$ ):** aparece al lado de  $\Sigma$  y es la fórmula que nos dice qué debemos sumar en cada paso.

• Ojo:  $\sum_{k=1}^M a_k$

Se lee "la sumatoria desde k igual a 1 hasta k igual a M de  $a_k$ ".

• También se denota como:  $\sum_{k=1}^{k=M} a_k$

- En ocasiones, el límite inferior puede comenzar con  $i = 0$ , o  $i > 1$ .

\*Importante: el límite inferior debe ser menor o igual al límite superior para que la sumatoria pueda realizarse correctamente.

## Datos útiles:

1. Una sumatoria, expresada como suma de términos, se ve así:

Calcular la sumatoria:  $\sum_{k=1}^3 \frac{1}{k^2} = \frac{1}{1} + \frac{1}{4} + \frac{1}{9} = \frac{36}{36} + \frac{9}{36} + \frac{4}{36} = \frac{49}{36}$

2. En algunos casos, el límite inferior de la sumatoria (n) no es el mismo que el usado en el término general (k), por lo tanto, este se considera una constante.

$$\sum_{n=1}^5 \frac{k}{3} = \frac{k}{3} + \frac{k}{3} + \frac{k}{3} + \frac{k}{3} + \frac{k}{3} = \frac{5k}{3}$$

3. Se puede expresar una suma de términos identificando el patrón y término general para escribirlo como sumatoria, tanto como se puede expresar la sumatoria como suma de términos. (1.)

Expresar mediante una sumatoria:  $5 + 5 + 5 + 5 = \sum_{k=1}^4 5$

Imágenes 3, 4, 5: PPT (Cortez, 2026)



# PROPIEDADES Y FÓRMULAS

## Sumatorias importantes y de uso frecuente:

Las sumatorias tienen algunas reglas y fórmulas que permiten hacer los cálculos de manera más rápida.

Existen muchas más fórmulas aplicables a cada término general, pero estas son las principales y más usadas.

| NOMBRE DE LA SUMATORIA                 | FÓRMULA                                              |
|----------------------------------------|------------------------------------------------------|
| Suma de los primeros números naturales | $\sum_{i=1}^n i = \frac{n(n+1)}{2}$                  |
| Suma de los cuadrados                  | $\sum_{i=1}^n i^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$          |
| Suma de los cubos                      | $\sum_{i=1}^n i^3 = \left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2$ |
| Sumatoria geométrica                   | $\sum_{k=1}^n r^k = \frac{1-r^{n+1}}{1-r}, r \neq 1$ |

Imagen 6: PPT (Cortez, 2026)



**¿Sabías qué?** La sumatoria de los primeros números naturales también es conocida como la "Suma de Gauss". Esto porque se cuenta que, cuando tenía unos diez años, su profesor les pidió a sus alumnos que sumaran los números del 1 al 100 para mantenerlos ocupados, a lo que Carl Friedrich Gauss encontró una forma rápida de hacerlo y redescubrió esta famosa fórmula matemática.

Imagen 7:  
Pintura (Jensen, 1840)

## Propiedades:

Dada las sucesiones donde **M** es un número natural, y **λ** y **C** dos constantes reales, la suma de los primeros **M** términos de ambas sucesiones satisfacen las siguientes propiedades:

$$1^\circ \sum_{k=1}^M C = MC$$

$$2^\circ \sum_{k=1}^M \lambda \cdot a_k = \lambda \cdot \sum_{k=1}^M a_k$$

$$3^\circ \sum_{k=1}^M (a_k \pm b_k) = \sum_{k=1}^M a_k \pm \sum_{k=1}^M b_k$$

$$4^\circ \sum_{k=P}^M a_k = \sum_{k=1}^M a_k - \sum_{k=1}^{P-1} a_k$$

Imágenes 8, 9: PPT (Cortez, 2026)

**1°** La sumatoria hasta M de una constante C, es igual a M veces C.

**2°** La sumatoria del producto de una constante λ por una variable, es igual a λ veces la sumatoria de la variable.

**3°** La sumatoria de una suma (o resta) es igual a la suma (o resta) de las sumatorias de cada término.

**4°** La sumatoria donde k = P, donde P > 1 y P < M, se separa en la resta de las sumatorias donde k=1, menos la sumatoria donde k=1 y el límite superior es P - 1.

Además, es importante notar que:

La sumatoria de los cuadrados de los valores de una variable no es igual a la sumatoria de la variable elevado al cuadrado.

$$\sum X_i^2 \neq (\sum X_i)^2$$

La sumatoria de un producto no es igual al producto de las sumatorias de cada término.

$$\sum X_i \cdot Y_i \neq \sum X_i \cdot \sum Y_i$$

Imágenes 10, 11: Google (Martínez, 2016)

# EJEMPLOS RESUELTOS

Para calcular la suma de los primeros 60 números impares, se representa por:  $\sum_{k=1}^{60} (2k - 1)$ , y se resuelve:

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^{60} (2k - 1) &= \sum_{k=1}^{60} 2k - \sum_{k=1}^{60} 1 && \text{propiedad 3} \\ &= 2 \cdot \sum_{k=1}^{60} k - \sum_{k=1}^{60} 1 && \text{propiedad 2 y propiedad 1} \\ &= 2 \cdot \frac{60 \cdot (60 + 1)}{2} - 60 = 3.600 \end{aligned}$$

Luego, la suma de los primeros 60 números impares es 3.600.

$$\begin{aligned} 1^\circ \sum_{k=1}^M c &= MC \\ 2^\circ \sum_{k=1}^M \lambda \cdot a_k &= \lambda \cdot \sum_{k=1}^M a_k \\ 3^\circ \sum_{k=1}^M (a_k \pm b_k) &= \sum_{k=1}^M a_k \pm \sum_{k=1}^M b_k \end{aligned}$$

$$4^\circ \sum_{k=p}^M a_k = \sum_{k=1}^M a_k - \sum_{k=1}^{p-1} a_k$$

Para calcular la suma  $\sum_{k=100}^{500} k$ , se puede utilizar la propiedad 4.

$$\begin{aligned} \sum_{k=100}^{500} k &= \sum_{k=1}^{500} k - \sum_{k=1}^{100-1} k = \sum_{k=1}^{500} k - \sum_{k=1}^{99} k \\ &= \frac{500 \cdot (500 + 1)}{2} - \frac{99 \cdot (99 + 1)}{2} = \frac{500 \cdot 501}{2} - \frac{99 \cdot 100}{2} \\ &= 250 \cdot 501 - 99 \cdot 50 \\ &= 125.250 - 4.950 = 120.300 \end{aligned}$$

Luego, resulta  $\sum_{k=100}^{500} k = 120.300$

Calcula  $\sum_{i=1}^{20} (3 - i)^2$ .

Aplicando propiedades, se tiene:

$$\sum_{i=1}^{20} (3 - i)^2 = \sum_{i=1}^{20} (9 - 6i + i^2) = \sum_{i=1}^{20} 9 - 6 \sum_{i=1}^{20} i + \sum_{i=1}^{20} i^2$$

Usando las fórmulas dadas, se tiene que la suma pedida es:

$$\sum_{i=1}^{20} 9 - 6 \sum_{i=1}^{20} i + \sum_{i=1}^{20} i^2 = 9 \cdot 20 - 6 \cdot \frac{20 \cdot 21}{2} + \frac{20 \cdot 21 \cdot 41}{6} = 1.790$$



# CONCLUSIÓN

## ¿En qué se usa?

Las sumatorias se usan específicamente en situaciones como:

- Estadística: Para calcular la media (promedio), la varianza y la suma total de datos o frecuencias.
- Matemáticas: Para definir series numéricas, sucesiones y el cálculo de áreas bajo una curva (integrales de Riemann).
- Física e Ingeniería: Para sumar fuerzas, energías o componentes de un sistema complejo.
- Economía y Finanzas: Para calcular el valor presente y futuro de inversiones a lo largo del tiempo o el total de ingresos y costos.
- Informática: Para medir el tiempo o los pasos que toma un programa (análisis de algoritmos).

Se utiliza en diferentes áreas ya que ayuda a optimizar el trabajo con operaciones que podrían ser muy largas si se escribieran número por número, logrando así un trabajo más eficiente. Además, es particularmente útil cuando se trata de series infinitas, lo que la convierte en una herramienta vital en el cálculo y otras áreas de las matemáticas.

Uso de la sumatoria: ejemplo de rectángulos (cálculo)

Un ejemplo concreto sería que se puede usar para calcular sumas de áreas rectangulares. Los límites de la suma se definen como el inicio y el final de los rectángulos. Por ejemplo, calcular la suma de las áreas rectangulares de la figura siguiente. Se vería así:

$$\sum_{k=3}^5 \frac{1}{k}$$

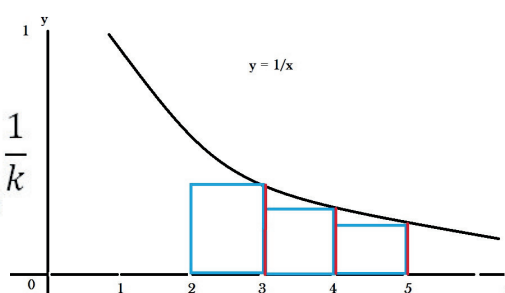


Imagen 17: Google  
(Statistics How To, 2024)

En este artículo, hemos repasado el concepto de sumatoria. Hemos elaborado su definición y explicado el componente clave de la notación sigma, sus propiedades significativas y su importancia. En la última sección, vimos algunos usos y ejemplos que emplean la notación sigma en expresiones matemáticas.

Con suerte, al leer y comprender este artículo se podrán abordar los complejos y complicados problemas matemáticos de series de una manera conveniente y eficiente.

## Referencias

Statistics How To. (2024, Octubre 1). *Summation Notation & Sigma Function*.

<https://www.statisticshowto.com/calculus-definitions/summation-notation-sigma-function/>

Gamero, A. (2023, Octubre 13). *Notación Sigma: definición, propiedades, importancia y ejemplos*. La Piedra De Sísifo. <https://lapiedradesisifo.com/notacion-sigma-definicion-propiedades-importancia-y-ejemplos/>

Profesor en línea. (s.f.). *Sumatoria o Notación Sigma*. <https://profesorenlinea.cl/matematica/Sumatoria.html>

Cuemath. (s.f.). *Sigma notation - Sigma Symbol math | Summation notation*.

<https://www.cuemath.com/algebra/sigma-notation/>

Cortez, S. (2026, Julio 19). *MOD 4 - Sumatoria* [Diapositiva de PowerPoint].

[https://drive.google.com/file/d/1xkw06vWexnkfwXlXwC\\_FVAmFaqhHHZOQ/view?usp=sharing](https://drive.google.com/file/d/1xkw06vWexnkfwXlXwC_FVAmFaqhHHZOQ/view?usp=sharing)

La IA fue utilizada únicamente como forma de organizar y distribuir mejor el contenido. Dicha respuesta fue evaluada y aprobada manualmente por las estudiantes. La información fue estrictamente sacada de las fuentes citadas.

# EL VIAJE AL INFINITO

Explora el fascinante mundo de las series infinitas y descubre por qué algunas encuentran un límite y otras no.

Antonia Silva Mery & María José Jara

## Introducción

¿Qué ocurre cuando una suma nunca termina? A primera vista, sumar infinitos términos parece imposible, sin embargo, las matemáticas permiten estudiar estas sumas y determinar si se acercan cada vez más a un valor concreto o por el contrario, crecen sin límite.

## ¿QUÉ SON LAS SERIES INFINITAS?



### SERIE

Suma de infinitos términos. Se representa como:  
 $a_1 + a_2 + a_3 + \dots$

Imagen 5. Generado por IA



### CONVERGENTE

Una serie converge cuando sus sumas parciales se acercan cada vez más a un número determinado.

Imagen 6. Generado por IA



### DIVERGENTE

Una serie diverge cuando sus sumas parciales no se acercan a un valor finito.

Imagen 7. Generado por IA



### APLICACIONES

Presentes en la ciencia e ingeniería.

Imagen 8. Generado por IA



Imagen 9.

Matematicasiesoja



En matemáticas, el infinito no es el final del camino, sino el comienzo de nuevas posibilidades.



Imagen 1. Diario el Mundo

## ¿DÓNDE SE UTILIZAN?



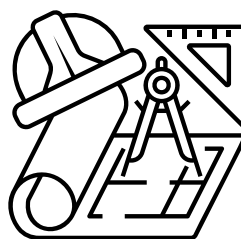
CIENCIAS

Imagen 2. Canva

FINANZAS



Imagen 3. Canva



INGENIERÍA

Imagen 4. Canva



# ¿CONVERGE O DIVERGE?

## SERIE CONVERGENTE

$$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \dots$$

Imagen 10. Generado por IA

- Cada término es la mitad del anterior. Aunque la suma continúa indefinidamente, los términos se hacen cada vez más pequeños y la suma se acerca al número 2.
- Por lo tanto, esta es una serie **convergente**.

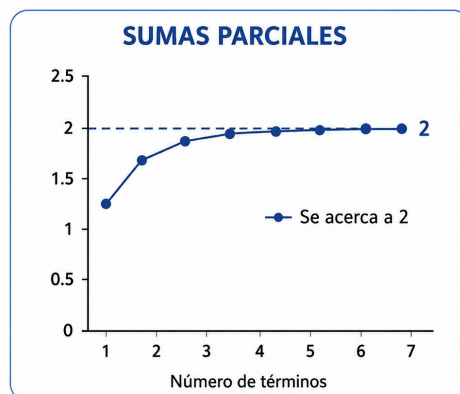


Imagen 11. Generado por IA

## SERIE DIVERGENTE

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + \dots$$

- Los términos aumentan constantemente, por lo que las sumas parciales siguen creciendo sin límite y no se acercan a ningún valor finito.
- Por lo tanto, esta es una serie **divergente**.

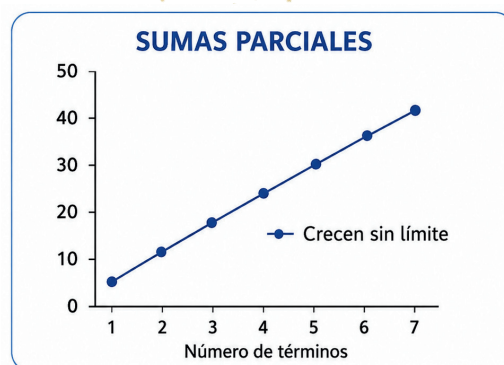


Imagen 12. Generado por IA

## ¿Cómo sabemos si converge?

- Si una sucesión o una serie matemática converge, se calcula su límite cuando  $n$  tiende al infinito. Si el resultado es un número real finito, la expresión converge; si da infinito, no existe o fluctúa sin control, diverge.



Imagen 13.  
Canva

### DATO MATEMÁTICO

- El teorema de la serie de Riemann (también conocido como teorema de reordenamiento de Riemann) establece que se pueden permutar los términos de una serie infinita condicionalmente convergente de tal manera que la nueva serie formada converja a cualquier número real deseado o diverja a cualquier otro  $\infty$ .

# ¿EN DÓNDE APARECEN LAS SERIES EN LA VIDA REAL?

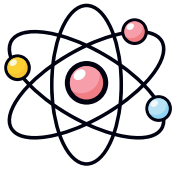


Imagen 14. Canva

## *CIENCIAS (FÍSICA)*

Las series se utilizan para aproximar funciones y modelar fenómenos como el comportamiento de las ondas.

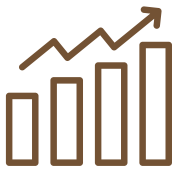


Imagen 15. Canva

## *INGENIERÍA*

Los cálculos de convergencia y divergencia se utilizan para modelar y analizar sistemas. Por ejemplo, en ingeniería eléctrica, la convergencia de una serie puede determinar la estabilidad de un circuito.



Imagen 16. Canva

## *FINANZAS*

La convergencia y la divergencia se utilizan en el análisis de series financieras, como los precios de las acciones o las tasas de interés. Comprender estos conceptos ayuda a predecir tendencias y tomar decisiones de inversión informadas.



Imagen 17. Canva

## *TECNOLOGÍA*

También se utilizan para aproximar funciones que aparecen en modelos computacionales, realización de gráficos, inteligencia artificial y cálculos numéricos.

## *¿SABÍAS QUÉ?*

Muchas tecnologías que usamos a diario, como la compresión de imágenes, los efectos de sonido y las animaciones, utilizan series para funcionar de manera eficiente.



Imagen 18. Canva

# DE LA SERIE INFINITA A UN NÚMERO

Consideremos la serie convergente:

$$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \dots$$

Calculemos sus sumas parciales:

| Número de términos (n) | Expresión                                                                   | Suma parcial ( $S_n$ ) |
|------------------------|-----------------------------------------------------------------------------|------------------------|
| 1                      | 1                                                                           | 1                      |
| 2                      | $1 + \frac{1}{2}$                                                           | 1,5                    |
| 3                      | $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4}$                                             | 1,75                   |
| 4                      | $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8}$                               | 1,875                  |
| 5                      | $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16}$                | 1,9375                 |
| 6                      | $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32}$ | 1,96875                |
| ...                    | ...                                                                         | ...                    |

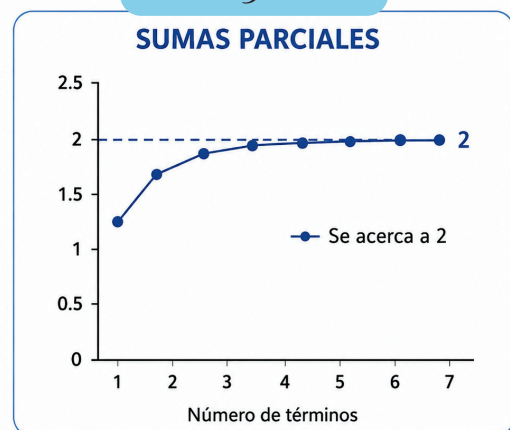
*Imagen 19. Generado por IA*

- Podemos observar que las sumas se acercan cada vez más a 2.
- Aunque nunca necesitemos sumar todos los términos, la serie tiene un límite.

## ¿POR QUÉ ES IMPORTANTE?

Las series infinitas nos muestran que el infinito no siempre significa que el resultado crezca sin límite. Lo importante es cómo se comportan los términos y sus sumas parciales.

*Por lo tanto, la serie converge a 2*



*Imagen 20. Generado por IA*



# ¿QUÉ NOS ENSEÑAN LAS SERIES INFINITAS?

- Las series infinitas nos invitan a mirar más allá de lo evidente.
- A través de ellas descubrimos que el infinito puede tener orden, estructura y, en muchos casos, un límite.
- Estudiarlas nos ayuda a comprender mejor el mundo que nos rodea, desde los fenómenos naturales hasta los avances tecnológicos.

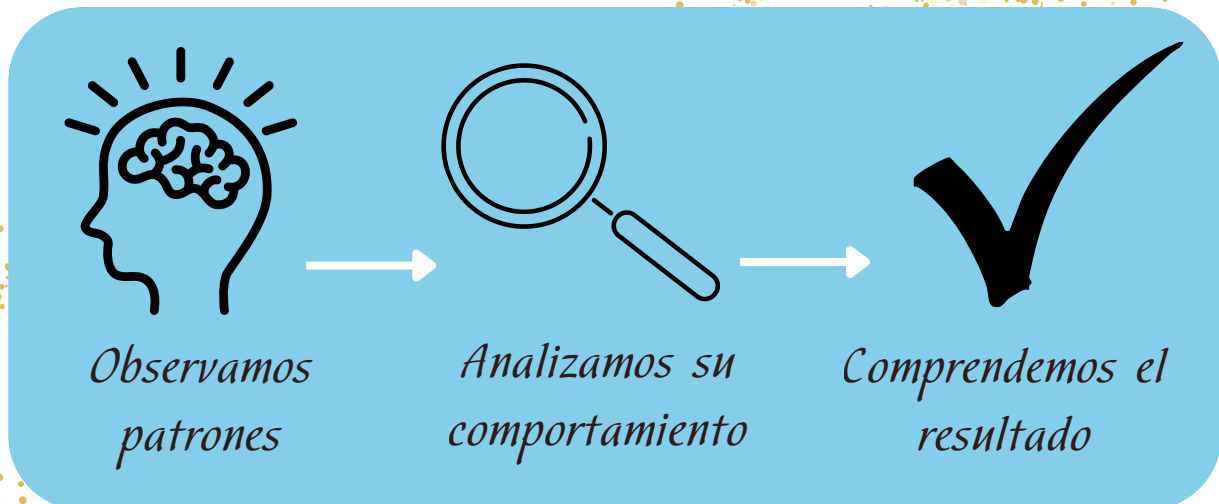


Imagen 21. Canva

Infinidad de términos



Resultado infinito

# CONCLUSIÓN

Las series infinitas son una herramienta matemática que permite estudiar sumas que no terminan. A través del concepto de convergencia podemos determinar cuando estas sumas se acercan a un valor fijo y cuando divergen sin llegar a un resultado finito.

Las series tienen muchas aplicaciones en diferentes áreas de la ciencia, la ingeniería, las finanzas y la tecnología.

Además, estudiar las series convergentes y divergentes nos permite comprender mejor cómo se comportan las cantidades cuando continúan indefinidamente. Esto demuestra que, aunque una serie tenga infinitos términos, podemos analizarla y conocer su comportamiento.

Para finalizar, las series infinitas nos muestran que las matemáticas no solo permiten resolver problemas, sino también comprender fenómenos que se extienden más allá de lo que podemos observar directamente. Su estudio nos ayuda a entender que el infinito, aunque no tenga un final, puede ser analizado mediante las herramientas matemáticas.

## *Fuentes y referencias*

Marco May. (s. f.). Convergencia y divergencia de series. es.scribd.com

Expaii. (s. f.). Examples of convergent and divergent series. <https://www.expaii.com/t/examples-of-convergent-and-divergent-series-5080>

Barreto Vega, W. A. (s. f.). Series infinitas y criterios de convergencia.

SERIES INFINITAS y CRITERIOS DE CONVERGENCIA.ppt

Mathos AI. (s. f.). Calculadora de convergencia/divergencia.

<https://www.mathgptpro.com/es/app/calculator/convergent-divergent-calculator>

Díaz Martín, C. J. (2023). Teoremas de reordenación de Riemann.

<https://riull.ull.es/xmlui/bitstream/handle/915/33727/Teoremas%20de%20reordenacion%20de%20Riemann.pdf?sequence=1&isAllowed=y>

## *Uso responsable de IA*

Se utilizó la IA como una herramienta de apoyo para la organización y explicación del contenido. La selección, revisión y edición final fue realizada por los integrantes.



# ¿Por que existen las series infinitas?



Martín Figueroa & Vicente Fuentes

## ¿Qué es el infinito?

Antes de empezar, necesitamos entender qué es realmente el infinito. El infinito no es un número gigante al que puedas llegar contando, sino un concepto: la representación de algo que no tiene fin, límite ni frontera. En matemáticas describe tanto procesos que crecen sin detenerse jamás, como cosas cotidianas que pueden dividirse en partes pequeñas de forma interminable.

## Origen: ¿De donde salió?

A lo largo de la historia, el concepto de infinito ha fascinado y desafiado a la humanidad. Sin embargo, dos figuras separadas por más de dos milenios cambiaron para siempre nuestra forma de entender este enigma: Zenón de Elea, el filósofo griego que atrapó al mundo en la trampa de dividir el espacio en infinitos pasos, y Georg Cantor, el matemático moderno que demostró que el infinito no es único, sino que guarda una fascinante jerarquía de distintos tamaños.

### Zenón de Elea

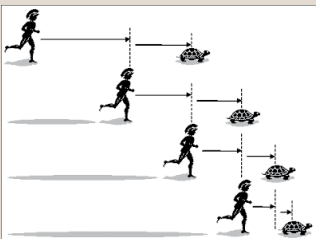


Imagen 3: Ciencia como nunca

Este acertijo desafió la lógica y obligó a las matemáticas a inventar las series infinitas, demostrando algo extraordinario: que es posible dar un número infinito de pasos dentro de una distancia y un tiempo totalmente finitos.

Zenón desató una verdadera paradoja intelectual con el dilema de Aquiles y la tortuga: si el veloz guerrero debe recorrer primero la mitad del camino, luego la mitad de lo que le queda, y así infinitamente, ¿cómo logra alcanzar a su rival?

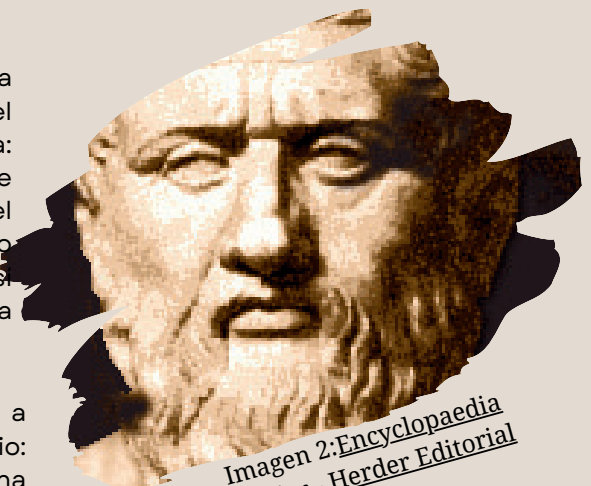
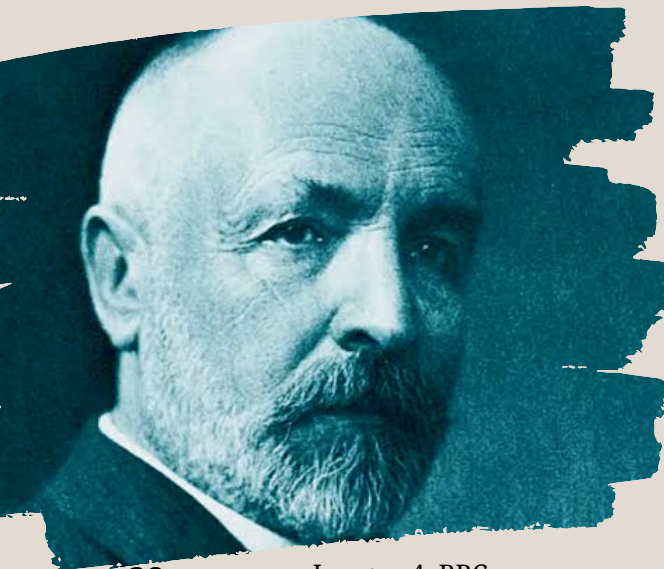
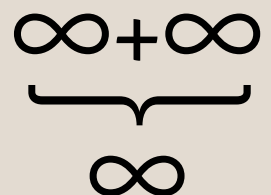


Imagen 2: Encyclopaedia Herder - Herder Editorial

### Georg Cantor

Georg Cantor rompió todos los esquemas al demostrar una verdad deslumbrante: ¡no todos los infinitos son del mismo tamaño! El matemático probó que mientras los números enteros y las fracciones habitan un infinito "contable", los decimales son tan abrumadoramente infinitos que resulta imposible emparejarlos. Con esto, Cantor desveló una fascinante jerarquía oculta, demostrando que en el universo matemático existen infinitos estrictamente más gigantescos que otros.





# ¿Se pueden sumar infinitos?



Imagen 4:Patreon

Sí, en algunos contextos matemáticos se puede decir que infinito + infinito = infinito.

La idea es que el infinito no es un número común, sino un concepto que representa algo sin límite. Por eso, al juntar dos cantidades infinitas, el resultado sigue siendo infinito:

Por ejemplo, si tienes infinitos elementos y agregas otra cantidad infinita de elementos, sigues teniendo una cantidad infinita.

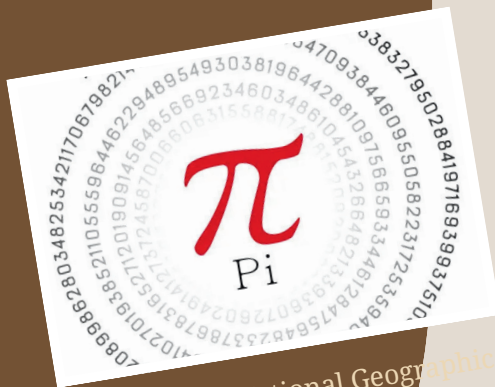


Imagen 5:National Geographic

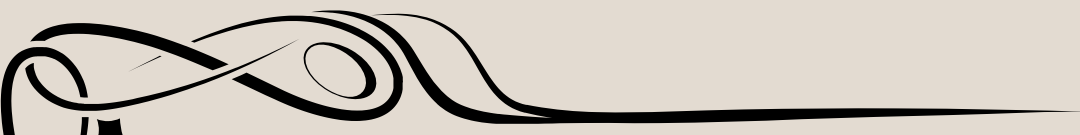
Las sumatorias infinitas son sumas que tienen infinitos términos. Que una sumatoria sea infinita no significa que su resultado sea infinito: puede acercarse a un número determinado. Si una sumatoria crece sin límite, diverge hacia infinito.

## Sumatorias

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2n+1}{6^{n+1}}$$

Imagen 6:Reddit

La sumatoria es la forma más elegante de suma en la cual se suma una cantidad de números consecutivamente, que también permite el cambio de este con fórmulas al lado tomando el número de arriba como el límite y el de abajo como mínimo.



# Referencias y fuentes

[¿Cómo puede existir algo infinito?.](#)

[More Theory About Infinite Numbers and Important Applications](#)

[Does adding two infinities result in another infinity or something different? Is there an example where this holds true \(or doesn't\)? - Quora](#)

## Declaración de uso responsable de Inteligencia Artificial:

Para la ideación, estructuración y corrección de estilo de este artículo de divulgación, se utilizó la asistencia de un modelo de lenguaje de IA (Gemini). La herramienta se empleó como apoyo para simplificar lenguaje técnico y generar sugerencias de diseño visual. Todo el contenido matemático y conceptual fue revisado, validado y estructurado por los autores.

# Héctor Pastén:

Académico UC, resolvió problema matemático de casi un siglo de antigüedad

Aracely González & Sofía Novoa

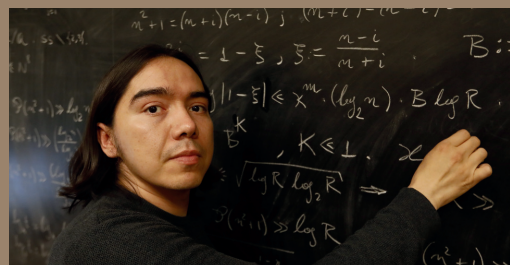


Imagen 1. (Pontificia Universidad Católica de Chile)

## ¿Quién es Héctor Pastén?

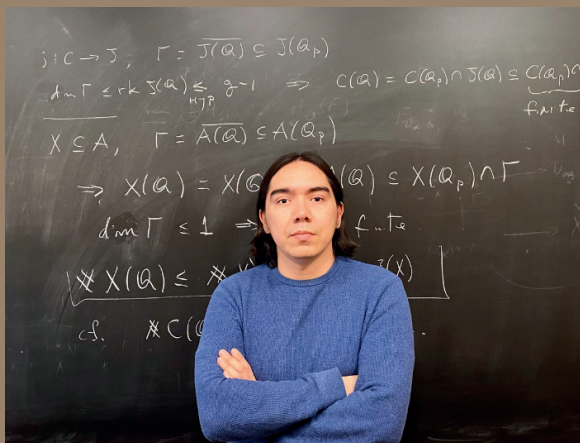


Imagen 2. (Facultad de Matemática, Universidad Católica de Chile)

Héctor Pastén Vásquez es un destacado matemático e investigador chileno, reconocido mundialmente por sus aportes en teoría de números. Nacido cerca de Osorno y criado en La Unión, cursó sus estudios en el Colegio Santa Marta y el Colegio Alemán, destacando en olimpiadas escolares. Tras obtener Puntaje Nacional en la PSU, trabajó en un preuniversitario luego de acertar 79 de 80 preguntas en un examen interno masivo. Ingresó a la Universidad de Concepción, donde completó en un tiempo récord la Licenciatura en dos años, el Magíster en un año y su primer Doctorado en un año y medio, logrando publicar su tesis en la prestigiosa revista "Inventiones Mathematicae". A los 21 años se trasladó a Canadá para realizar un segundo doctorado en Queen's University, obteniendo la Medalla de Oro del Gobernador General de Canadá y el Premio Doctoral de la Canadian Mathematical Society.

A los 25 años fue contratado como profesor en la Universidad de Harvard y posteriormente investigó en el Instituto de Estudios Avanzados de Princeton, desarrollando teorías clave sobre la Conjetura ABC. Más tarde regresó a Chile para integrarse a la Pontificia Universidad Católica, atraído por el apoyo docente, la formación de posgrado y la independencia de su Facultad de Matemáticas. Se define como una persona familiar que vive su pasión de forma silenciosa y constante bajo el denominado "Factor Pastén", un enfoque enfocado en desarmar lo ya escrito para resolver problemas de alta complejidad. Su mayor hito científico, publicado de forma individual en Inventiones Mathematicae bajo el título "The largest prime factor of  $n^2 + 1$  and improvements on subexponential ABC", resolvió un problema centenario formulado en los años 30 por Mahler y Chowla sobre el mayor factor primo de los números sucesores de un cuadrado mediante curvas de Shimura, logrando además el resultado más sólido hasta la fecha sobre la Conjetura ABC, contribución por la que también ha sido distinguido con el MCA Prize en 2017.



## ENTREVISTA A HÉCTOR PASTÉN:

Tu recorrido académico fue meteórico, terminaste la licenciatura en la Universidad de Concepción en dos años, el magíster en uno y tu primer doctorado en año y medio. Pero antes de eso, hay una anécdota singular con un trabajo en un preuniversitario apenas saliste de cuarto medio. ¿Cómo fue esa historia?

Al salir de cuarto medio obtuve trabajo como profesor en un preuniversitario, aunque en un principio no querían darme el puesto porque no tenía título. Había una cuadra de otros postulantes y debía rendir una PSU como parte de la prueba para el puesto. En el lugar desconocían que yo ya había obtenido puntaje nacional en la PSU oficial dada recientemente; aún así, me dieron la oportunidad de rendir el test. Respondí 79 preguntas correctas. La número 80 estaba mal fotocopiada y, por lo tanto, era ilegible. Con eso conseguí el trabajo.



Imagen 3. (Facultad de Matemática, Universidad Católica de Chile)

Tras su paso récord por la Universidad de Concepción, realizó un segundo doctorado en Canadá, estuvo en Harvard a los 25 años y luego en el Instituto de Estudios Avanzados de Princeton. ¿Cómo influyó esa vivencia personal en su rutina de trabajo?

Fue una etapa de consolidación internacional donde obtuve la Medalla de Oro del Gobernador General de Canadá y el Premio Doctoral de la Canadian Mathematical Society. Estar en Princeton, lugar histórico de figuras como Einstein o Gödel, me empujó a trabajar intensamente. Me considero una persona de familia, casado, que vive su pasión mediante un trabajo silencioso. Me levanto y me acuesto pensando en matemática; me abstraer, me llena de energía y funciona como una terapia diaria. Esa rutina constante fue la que me acompañó para decidir luego regresar a Chile a la Facultad de Matemáticas de la UC.

Entrando de lleno en la matemática, para alguien que observa la disciplina desde fuera, ¿qué son realmente las sucesiones y las series en la actualidad y por qué van más allá de lo que se enseña en el colegio?

En el colegio nos acostumbran a ver las sucesiones como acertijos visuales para adivinar qué número sigue, y las series como listas rígidas para sumar. En la matemática moderna son mucho más que eso: una sucesión es una secuencia ordenada de elementos que evoluciona bajo una regla precisa, y una serie es el intento riguroso de sumar infinitos de esos términos. Hoy sirven como el puente conceptual fundamental para conectar lo discreto, aquello que podemos contar paso a paso con lo continuo.

## ¿Para qué sirven hoy las sucesiones y las series en la tecnología y la vida cotidiana de las personas?

Sirven para que la tecnología pueda procesar el mundo real. Toda la computación moderna descansa sobre algoritmos iterativos, que no son más que sucesiones calculadas a altísima velocidad.

Sin las series de potencias o las series de Fourier no existiría la compresión de audio en MP3, el procesamiento de imágenes médicas (como las resonancias), las transmisiones de datos ni los algoritmos que guían un GPS o predicen el clima. Las series permiten traducir curvas y señales continuas a datos discretos que un chip sí puede computar.

## Desde su rol docente en la Pontificia Universidad Católica, ¿cómo se utilizan hoy las sucesiones y series para formar a la nueva generación de investigadores?

En la UC buscamos que los estudiantes de máster y doctorado vean que las sucesiones y series no son contenidos estáticos del pasado, sino herramientas dinámicas de investigación.

Les enseñamos a utilizar series formales y sucesiones numéricas para construir modelos y atacar problemas abiertos en geometría aritmética. La idea es que aprendan a usar estas herramientas no solo para resolver ejercicios, sino para crear nueva matemática.

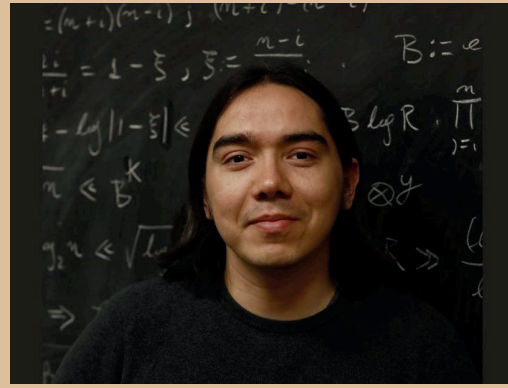


Imagen 4. (Pontificia Universidad Católica de Chile)

## También logró el resultado más sólido hasta la fecha sobre la Conjetura ABC. ¿Cómo ayudan las series a abordar problemas de la teoría de números sobre enteros positivos?

La Conjetura ABC analiza la relación entre la suma y la multiplicación de enteros. Las series actúan como un microscopio analítico: nos permiten transformar problemas de números discretos en problemas de funciones analíticas.

Mediante series de potencias o formas modulares, asignamos a cada número de una sucesión un coeficiente dentro de una serie. Al estudiar las propiedades de convergencia o la geometría de esa serie, obtenemos información sobre la descomposición en primos de los números originales que de otra forma sería inaccesible.

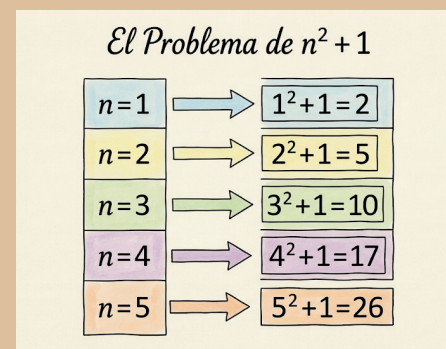


Imagen 5. (Imagen creada por Gemini)

Para finalizar, pero no por ello menos importante: ¿cómo llegó a estructurar o concluir el resultado de la fórmula que resolvió en su investigación?

Más que una iluminación repentina, fue un largo proceso de ensamblaje; durante mucho tiempo solo tenía piezas sueltas de álgebra y análisis que no encajaban, hasta que el punto de quiebre ocurrió al cambiar el ángulo de ataque y conectar la geometría diofántica con el estudio de las formas autómatas, logrando que los cálculos tomaran su forma natural para simplemente despejar el ruido y dejar al descubierto la estructura matemática que ya estaba ahí.



Imagen 6. (Culturacientifica, 2024)

## Referencias y Fuentes Consultadas

1. Pastén, H. (2024). "The largest prime factor of  $n^2 + 1$ " and improvements on subexponential ABC. *Inventiones Mathematicae*, 236(1), 241–261
2. Pontificia Universidad Católica de Chile (2024). El factor Pastén. Periódico Visión UC, Santiago, Chile.
3. Facultad de Matemáticas UC (2024). Académico Héctor Pastén resuelve problema matemático de casi un siglo de antigüedad. Comunicado de Prensa, Santiago, Chile.
4. Teletrece / T13 (2024). El impecable currículum de Héctor Pastén, el académico chileno que resolvió problema matemático de casi un siglo.
5. The Clinic (2024). Héctor Pastén, las definiciones del matemático de La Unión que resolvió un teorema de casi un siglo.
6. Círculo Matemático ULagos (2017). Entrevista al joven matemático chileno, unionino Héctor Pastén.
7. Fintual Fintalks.T4 E3 (Entrevista real)

## Declaración de Uso Responsable de Inteligencia Artificial

Declaración: En la realización de este trabajo se utilizó Inteligencia Artificial como herramienta de apoyo únicamente para la revisión de ortografía, redacción y para la formulación formal de las preguntas de la entrevista. Todos los datos biográficos, contenidos matemáticos y fuentes consultadas fueron recopilados e investigados por los autores del trabajo.



# LOS NÚMEROS QUE CAMBIARON MI VIDA

Leonardo de Pisa, conocido popularmente como Fibonacci, fue un matemático italiano considerado uno de los personajes más influyentes en la historia de la matemática europea. Vivió durante la Baja Edad Media, en Pisa (actual Italia), desde su nacimiento, cerca del año 1170, hasta su fallecimiento, cerca del año 1250. Aunque pasó gran parte de su vida viajando por el Mediterráneo, estos viajes fueron de gran importancia, ya que actuaron como un puente cultural y científico entre el mundo islámico y la Europa medieval.

En sus trayectos por el norte de África y Oriente Medio, descubrió que los matemáticos árabes empleaban el sistema de numeración indoarábigo, con valor posicional y el concepto del cero, un método infinitamente superior al romano. Comprendió que este sistema facilitaría de forma radical los cálculos, los intereses y el cálculo de ganancias para los comerciantes de la época. Entonces, cuando finalizó sus viajes, alrededor del año 1200, y regresó a Pisa, escribió varios textos importantes que contribuyeron significativamente a la recuperación de las antiguas habilidades matemáticas y realizó importantes aportaciones propias.

## Leonardo, en primera instancia ¿cómo empezó su interés por las matemáticas?

Bueno, todo comenzó en mi niñez, cuando me mudé de Italia al norte de África por el trabajo de mi padre, quien había sido nombrado notario público en Bugia para trabajar con los mercaderes pisanos que iban allí. Me llamó, aún siendo niño, para ir con él y, al tener yo un buen ojo para la utilidad y la conveniencia futura, quiso que me quedara y recibiera instrucción en la escuela de contaduría.

Ahí, brillantemente, me enseñaron el arte de los nueve símbolos de los indios. Además, en esos tiempos acompañé a mi padre en una gran cantidad de viajes, donde reconocí las enormes ventajas de los sistemas matemáticos usados en los países que visité. El conocimiento de estas artes muy pronto me complació más que cualquier otra cosa y logré comprender todo aquello que era estudiado por esta ciencia en Egipto, Siria, Grecia, Sicilia y Provenza, en todas sus variantes.

## ¿Qué diferencia había entre las matemáticas de su hogar a las que conoció en sus viajes?

En esos tiempos de la antigua Europa había un sistema muy rudimentario, lento e ineficiente para multiplicar o dividir. No contábamos con un símbolo para representar la ausencia de valor o para mantener el lugar de las unidades, decenas y centenas, lo que dificultaba el comercio complejo y hacía casi imposible dejar un registro paso a paso para verificar si alguien cometía un error.

Sin embargo, cuando mi padre me llevó a Bugia y comencé a viajar por Oriente Medio, descubrí las matemáticas indoarábicas. Aprendí a usar solo nueve símbolos (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 y 9), junto con un signo especial que los árabes llamaban zephirum (el 0). Descubrí que la posición de un número cambia su valor y que, con este método, cualquier cálculo, por más complejo que fuera, podía realizarse rápidamente en un trozo de papel, dejando una prueba clara de la operación.

Quedé tan fascinado por este método que supe de inmediato que tenía que enseñárselo a los comerciantes y sabios de Europa.

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| • | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |

Imagen 2. (Memnon-viajes)



Imagen 1. (Wikipedia)

## En 1202 escribiste Liber Abaci. ¿Qué querías conseguir con este libro y por qué crees que es tan importante para los comerciantes?

En este libro planteé algunos de los conocimientos más importantes que aprendí durante mis viajes. Quería dar a conocer esos conocimientos sobre los dígitos árabes, la existencia del cero y las ventajas que esto traería a las matemáticas europeas. Además, consideraba que sería información muy relevante para los comerciantes de Europa, por lo que llegué a dedicarles una sección en el libro, específicamente sobre problemas destinados a ellos.

En esta sección abordé temas como la relación entre el precio de las mercancías y el cálculo de las ganancias en las transacciones, cómo convertirlas a las distintas monedas utilizadas en las tierras mediterráneas, así como problemas que se habían originado en China.

### Cuando hablamos de “los números que cambiaron tu vida”, ¿qué significan realmente esos números para ti?

Para mí, representan una auténtica revolución en la forma de pensar. Esos números no eran simples símbolos, sino una herramienta capaz de liberar a las personas del cálculo lento y propenso a errores.

Al referirme a “los números que cambiaron mi vida”, me refiero principalmente a dos cosas. Primero, al descubrir el sistema de numeración indoarábigo y el concepto del cero durante mis viajes, comprendí que las matemáticas podían ser más accesibles y prácticas para los comerciantes, arquitectos y sabios. Esto cambió el rumbo de mi vida porque transformó mi pasión en una misión: llevar este conocimiento a Europa.

Y, segundo, la secuencia que lleva mi nombre me demostró que los números no solo sirven para llevar la contabilidad en los mercados, sino que también pueden ayudarnos a comprender los patrones presentes en la naturaleza. Estos números significaron para mí el paso del cálculo complejo a una forma más sencilla y elegante de entender las matemáticas.

### Tu nombre quedó especialmente relacionado con una sucesión numérica. ¿Podrías contarnos cómo surgió y de qué trata?

La famosa sucesión surge cuando planteé el problema de las parejas de conejos, donde se preguntaba cuántas parejas habría en un año partiendo de una sola pareja inicial. Entonces, en el primer mes tendríamos una pareja que aún no ha madurado y no puede reproducirse. Al segundo mes, la pareja no se reproduce, pero alcanza la madurez. Al tercer mes, la pareja se reproduce y tenemos dos parejas.

Al cuarto mes, la primera pareja vuelve a reproducirse, mientras que la segunda pareja aún no alcanza la madurez reproductiva, dando así tres parejas. En el quinto mes, la primera y la segunda pareja se reproducen, pero la tercera no, dando como resultado cinco parejas. De esta manera, el número de parejas continúa aumentando hasta llegar al duodécimo mes, donde habría 144 parejas.

Aquí es donde se evidencia la sucesión: cada número se obtiene sumando los dos anteriores. Queda de la siguiente manera: 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144.... Y así, el patrón continúa y crece sin fin.

### ¿Dónde podemos encontrar actualmente la sucesión de Fibonacci?

Bueno, Leonardo, es fascinante pensar que lo que usted planteó en Liber Abaci como un simple problema de cálculo sobre la reproducción de conejos terminó convirtiéndose, siglos después, en la base de descubrimientos asombrosos que transformaron nuestra comprensión del mundo. En la botánica y el diseño de la naturaleza, los biólogos descubrieron un fenómeno llamado filotaxis, que estudia cómo las plantas organizan sus partes. Se dieron cuenta de que las flores y los árboles no acomodan sus hojas y semillas al azar, sino siguiendo patrones relacionados con sus números para maximizar la captación de luz y espacio. Un ejemplo claro son los girasoles: sus semillas en el centro crecen formando espirales. Si se cuentan las espirales hacia un lado y hacia el otro, casi siempre encontramos dos números consecutivos de su sucesión, como 34 y 55.

En las ciencias del futuro y la matemática pura, creamos unas “máquinas de cálculo” llamadas computadoras. Para hacerlas funcionar de manera eficiente, los matemáticos del siglo XX desarrollaron algoritmos basados directamente en su trabajo. Un ejemplo sería “la razón áurea”: los matemáticos demostraron que, si dividimos cualquier número de su secuencia por el anterior, el resultado se acerca cada vez más al número áureo.

Su sucesión se volvió tan célebre en la cultura popular que las personas empezaron a verla en todas partes, atribuyéndola a las conchas de moluscos, a las galaxias e incluso a pinturas famosas. Aunque la ciencia moderna ha aclarado que esos casos corresponden a otras leyes físicas y no necesariamente a su secuencia, esto demuestra la inmensa fascinación que su hallazgo sigue provocando en la humanidad.

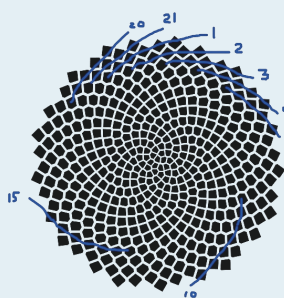


Imagen 3. (Pinterest)

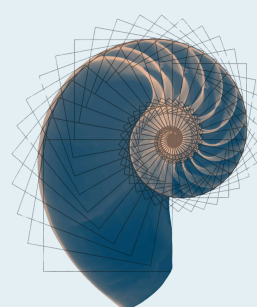


Imagen 5. (superprof)

### Cierre periodístico

Al terminar esta entrevista a Leonardo de Pisa, queda claro que las matemáticas no son estáticas, son un puente continuo entre épocas y cultura. Ese joven Leonardo que partió de las costas de italianas hacia el norte de África en busca de nuevos conocimientos terminó dejándonos la clave para entender desde las transacciones comerciales cotidianas hasta los patrones más sutiles de la naturaleza, los números nos recuerdan que la matemática es el lenguaje con el que está escrito el universo. La próxima vez que contemos las espirales de una planta o usemos un algoritmo en internet tenemos que recordar que seguimos calculando tras la huella de Fibonacci.

## BIBLIOGRAFIA

- <https://www.bbc.com/mundo/noticias-46926506>
- <https://www2.ual.es/jardinmatema/sucesion-de-fibonacci/>
- [https://www.biografiasyvidas.com/biografia/l/leonardo\\_depisa.htm](https://www.biografiasyvidas.com/biografia/l/leonardo_depisa.htm)
- <https://www.ugr.es/~eaznar/fibonacci.htm>
- <https://paginas.matem.unam.mx/cprieto/biografias/biografias-de-matematicos/biografias-de-matematicos-f-j/fibonacci-leonardo-da-pisa>

## USO DE IA

Se declara el uso responsable de inteligencia artificial únicamente para la redacción de información, corrección de ortografía y apoyo de creación estructural de la entrevista, todo contenido e información fue recaudada con investigación de las fuentes adjuntas.



# LA HISTORIA DETRÁS DE UNA FAMOSA SUMATORIA

Cristóbal Frez

Entre mapas astronómicos, cálculos geodésicos y complejos manuscritos de teoría de números transcurrió la vida de Carl Friedrich Gauss (1777-1855), reconocido universalmente como el «Príncipe de los Matemáticos». Aunque la historia suele retratarlo como una figura distante y de un rigor reservado, su legado comenzó a gestarse desde una edad muy temprana. Nos trasladaremos a su época para conversar con él sobre el episodio escolar que cambió la enseñanza de la aritmética y sentó las bases conceptuales para el desarrollo del cálculo moderno.



Imagen 1. Extraída de [hhgss.copernicus.org](http://hhgss.copernicus.org)

**¿Es cierto que una tarea rutinaria cuando usted era apenas un niño dio origen a una de las fórmulas más célebres de las matemáticas?**

Así es. Ocurrió en Brunswick, cuando tenía apenas nueve años. Mi profesor de aritmética buscaba mantenernos ocupados a todos los alumnos durante un buen rato y nos ordenó calcular la suma de los números del 1 al 100. Él asumió que nos tomaría muchísimo tiempo sumar término por término.

**Cualquier persona habría empezado a sumar  $1+2=3$ ,  $3+3=6$ ,  $6+4=10$ ... Un proceso tedioso y propenso al error. Sin embargo, usted entregó la respuesta casi de inmediato. ¿Qué observó que los demás no vieron?**

Comprendí que no debía mirar la lista de números como una fila india, sino como una estructura simétrica. Si agrupas el primer número con el último ( $1+100$ ), el resultado es 101. Si tomas el segundo y el penúltimo ( $2+99$ ), el resultado vuelve a ser 101. Si continuas así ( $3+98=101$ ), notas un patrón constante.

Como había 100 números en total, se formaban exactamente 50 pares, y cada par sumaba 101. Por lo tanto, la suma total no requería cien adiciones, sino una sola multiplicación:  $50 \times 101 = 5050$ .

Lo que usted descubrió en ese aula fue la suma de los términos de una sucesión o progresión aritmética.



**Gauss, muchas personas piensan que estas sumatorias son solo juegos numéricos de aula. ¿Dónde se aplica este concepto en el mundo real?**

Las sumatorias y las series son la columna vertebral del análisis numérico.

“Una sucesión matemática es una lista ordenada de números que siguen una regla o patrón determinado. Cuando la diferencia entre términos consecutivos es constante, se denomina progresión aritmética.

Para representar la suma de los primeros  $n$  términos de una sucesión de forma concisa, la matemática utiliza la notación de sumatoria (representada con la letra griega mayúscula sigma,  $\Sigma$ )”

1. Ciencia de la Computación y Programación: Para analizar la eficiencia de los algoritmos. Cuando un programa ejecuta ciclos anidados para procesar datos, el número total de operaciones frecuentemente sigue una progresión aritmética basada en la fórmula de sumatoria.
2. Estadística y Ciencia de Datos: El cálculo de medias, varianzas y el ajuste de curvas por el método de mínimos cuadrados – área en la que Gauss realizó contribuciones fundamentales– se basan en la acumulación de datos mediante sumatorias.

## Suma de Gauss

$$\sum_{k=1}^n k = \frac{n(n+1)}{2}$$

Imagen 2. Extraída de <https://www.youtube.com/watch?v=grKunkcWXTc>

**La historia de la sumatoria a los nueve años es fascinante, pero se rumora que su maestría con las matemáticas comenzó incluso antes. ¿Es cierto que corregía las cuentas de su hogar siendo casi un bebé?**

Es verdad. Nací en el seno de una familia humilde y campesina de Brunswick. Mis padres tenían una educación muy escasa y mi padre solía tener dificultades con las tareas financieras de su trabajo. Apenas a mis tres años de edad, observándolo hacer sus cálculos, descubrí un error en sus cuentas y se lo corregí mentalmente. Para mí, los números siempre fueron un lenguaje natural.

**Sin embargo, venía de un entorno con pocos recursos. ¿Cómo logró un niño de origen humilde abrirse paso hacia las universidades más prestigiosas de Europa?**

Tuve la enorme fortuna de que mi talento no pasara desapercibido. En 1791, el duque de Brunswick se enteró de mis habilidades y decidió otorgarme una beca y patrocinio económico. Gracias a su apoyo pude costear mis estudios secundarios y, posteriormente, ingresar a la Universidad de Gotinga para dedicarme de lleno a las matemáticas.



Imagen 3. Extraída de  
[www.britannica.com](http://www.britannica.com)



**Para finalizar, Gauss, esta suma tan sencilla del 1 al 100, ¿cómo se conecta realmente con el cálculo? A veces conceptos como límites, derivadas e integrales suenan bastante lejanos.**

¡En realidad es un camino natural y fascinante! Imagina una escalera común y corriente. Cada escalón representa un número que vas sumando (1, luego 2, luego 3...). La sumatoria es simplemente eso: subir la escalera paso a paso, dando saltos de un número a otro.

Ahora, imagina que empezamos a hacer los escalones cada vez más delgados, más bajitos y más apretados

El Límite es la idea de hacer esos escalones infinitamente pequeños. Si llevamos el número de escalones al infinito, los saltos desaparecen por completo y la escalera rígida se transforma en una rampa suave y continua.

La Integral... ¿Qué es una integral? En el fondo no es más que una «sumatoria gigante». En lugar de sumar 100 números enteros y separados, la integral suma una cantidad infinita de pedacitos microscópicos para calcular áreas o acumulaciones continuas (como medir todo el espacio que hay debajo de esa rampa).

La Derivada... Si la integral calcula el total acumulado de la rampa, la derivada nos dice qué tan inclinada está en un punto exacto, es decir, qué tan rápido está cambiando esa suma en un instante preciso.

En resumen, las sumatorias que descubrí en la escuela son como construir con bloques. El Cálculo es lo que ocurre cuando esos bloques se vuelven tan microscópicos que la estructura deja de tener cortes y empieza a fluir. De la simple suma escolar al lenguaje con el que hoy entendemos el movimiento del universo, ¡todo comienza sumando paso a paso!

# Bibliografía

<https://www.britannica.com/biography/Carl-Friedrich-Gauss>

<https://letstalkscience.ca/educational-resources/backgrounders/gauss-summation>

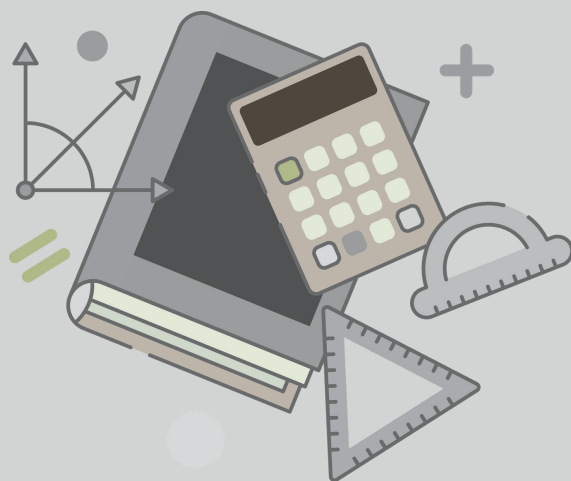
[http://es.wikipedia.org/wiki/Carl\\_Friedrich\\_Gauss](http://es.wikipedia.org/wiki/Carl_Friedrich_Gauss)

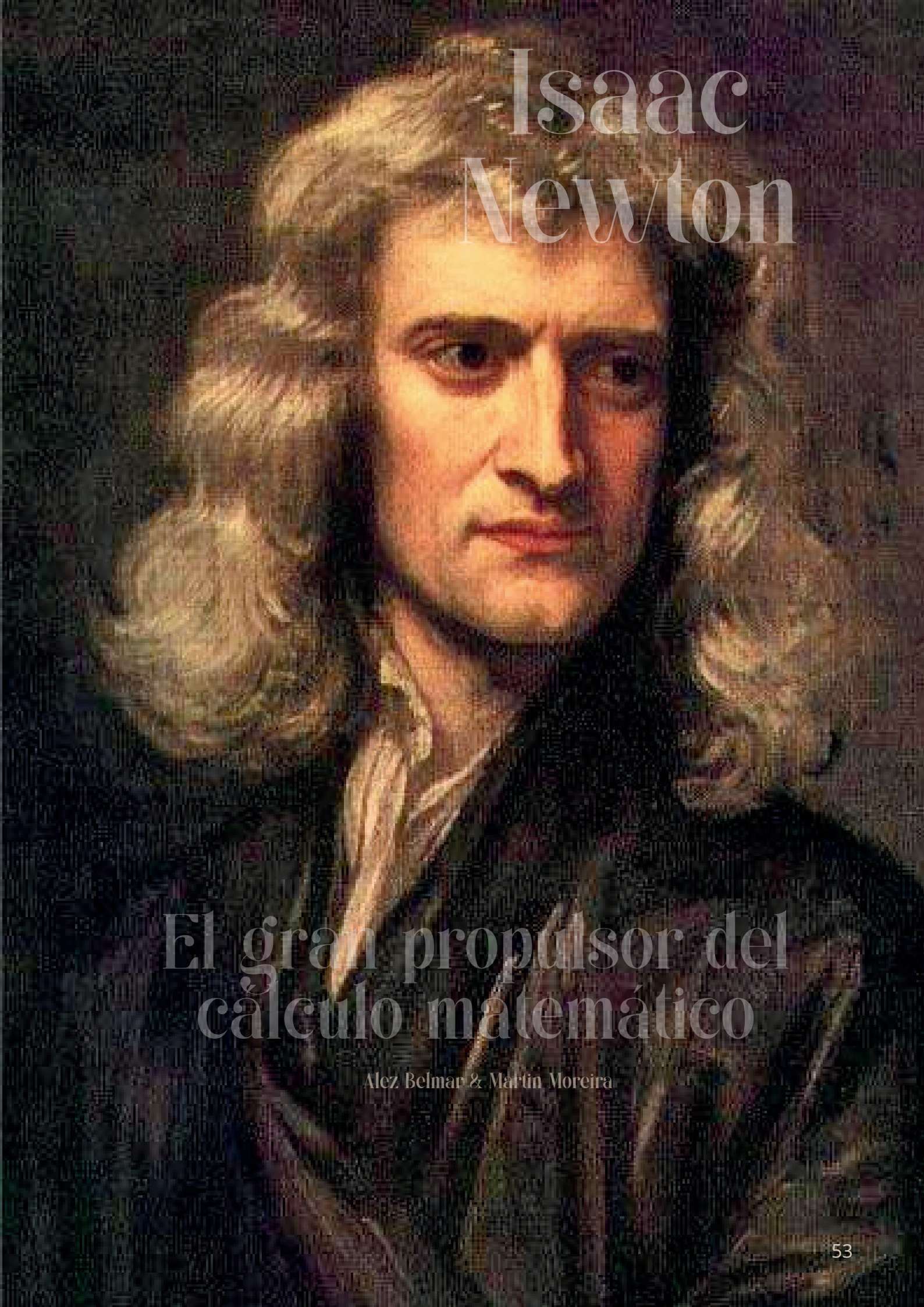
[https://www.nationalgeographic.com.es/ciencia/carl-friedrich-gauss\\_21953](https://www.nationalgeographic.com.es/ciencia/carl-friedrich-gauss_21953)

<https://www.ebsco.com/research-starters/history/carl-friedrich-gauss>

## Uso de IA

La estructura y el esquema guía de este trabajo fueron generados con asistencia de Inteligencia Artificial. Sin embargo, el desarrollo conceptual, la verificación de datos y la edición final fueron desarrollados por el estudiante.



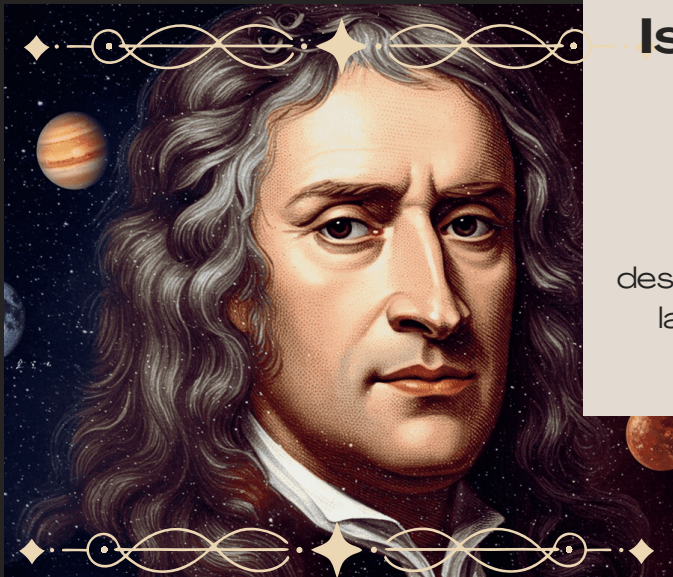
A detailed oil painting of Isaac Newton, showing him from the chest up. He has long, wavy, light-colored hair and is looking slightly to the right with a serious expression. He is wearing a dark, high-collared coat over a lighter-colored shirt. The background is dark and indistinct.

# Isaac Newton

## El gran propulsor del cálculo matemático

Alez Belman & Martín Moreira





## Isaac Newton

4 de enero de 1643

-

31 de marzo de 1727

Físico, matemático y desarrollador de las leyes de la gravedad y el cálculo

Imagen 1: Despertar sabiendo (2026).

Isaac Newton, es considerado uno de los intelectos más influyentes en la historia de la humanidad. Aunque la cultura popular lo asocia a la celebre leyenda de la manzana, para el mundo de las matemáticas Newton representa una auténtica revolución que cambió para siempre el lenguaje de la ciencia.



Imagen 2: Oteuamc (s.f)



Imagen 3: Abc (2026).

### ¿Qué lo motivó a desarrollar este nuevo enfoque matemático?

Todo comenzó en la década de 1660. La matemática de mis predecesores sólo permitía medir promedios en lapsos finitos de tiempo. Sin embargo, en la naturaleza nada permanece estático: los cuerpos se aceleran y las órbitas curvas cambian de dirección instante a instante. Me di cuenta de que para responder preguntas sobre la velocidad instantánea de un objeto en un segundo exacto —o para comprender cómo la gravedad altera esa velocidad punto a punto— se requería pasar de una «foto fija» a la «película completa» del cambio continuo. En pocas palabras, el cálculo nació para explicar el movimiento.

**En sus escritos originales usted no utiliza el término «derivada», sino conceptos como «fluentes» y «fluxiones». ¿Podría explicarnos estos conceptos con un lenguaje accesible?**

Por supuesto. Para mí, cualquier cantidad variable que cambia de valor de forma continua a lo largo del tiempo (como la posición  $x$  de una manzana en caída libre o la posición de un planeta) se denomina fluente.

Por otro lado, la rapidez instantánea de cambio de esa fluente con respecto al tiempo es la fluxión. En términos sencillos, la fluxión nos dice la velocidad exacta en un único instante. Para denotarla, utilicé la notación de colocar un punto sobre la variable:



Imagen 4: National geographic (2021)



|                     |                                            |
|---------------------|--------------------------------------------|
| <i>distance</i>     | $x$                                        |
| <i>velocity</i>     | $v = \dot{x}$                              |
| <i>acceleration</i> | $a = \dot{v} = \ddot{x}$                   |
| <i>force</i>        | $f = m \cdot a = m \cdot \ddot{x}$         |
| <i>work</i>         | $w = f \cdot x = m \cdot \ddot{x} \cdot x$ |

Imagen 5: X (s.f).

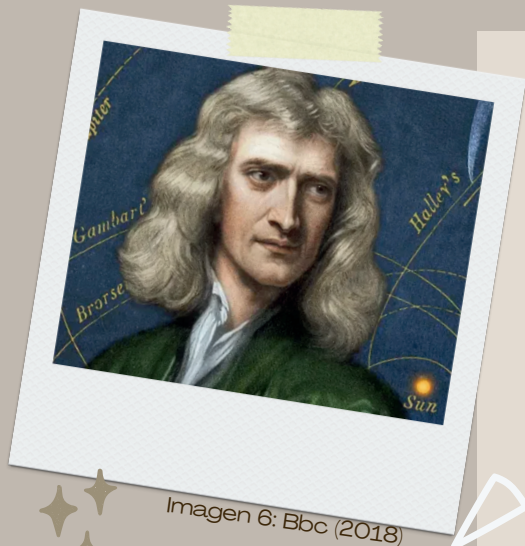


Imagen 6: Bbc (2018)

Otro de los pilares de su trabajo es el uso de las series infinitas y la generalización del Teorema del Binomio. ¿Qué papel juegan las series dentro de su sistema matemático?

Juegan un papel de vital importancia. Antes, cuando nos enfrentábamos a funciones algebraicas complejas o raíces cuadradas incómodas, calcular áreas o tangentes mediante geometría elemental era una tarea prácticamente imposible. Lo que descubrí fue que al expandir el Teorema del Binomio para exponentes fraccionarios y negativos:

$$(a + b)^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} a^{n-k} b^k$$

Imagen 7: Medium (2025)



Podíamos expresar cualquier función complicada como una serie infinita de potencias. De esta manera, al transformar una expresión compleja en una sumatoria de términos sencillos, resulta sumamente fácil derivar e integrar término a término para obtener valores numéricos con una precisión asombrosa.

**Históricamente, el cálculo de tangentes (diferenciación) y el cálculo de áreas (integración) se veían como dos acertijos matemáticos independientes. ¿Cuál fue su aporte unificador?**

Descubrí lo que hoy se conoce como el Teorema Fundamental del Cálculo. Demostré que la derivación y la integración no son problemas desconectados, sino operaciones inversas. Si construimos una función que acumule el área encerrada bajo una curva (integración) y luego calculamos la fluxión (derivada) de esa área, obtenemos de vuelta la ecuación de la curva original. Esto permitió calcular áreas y volúmenes complejos mediante la búsqueda de antiderivadas, reemplazando las tediosas aproximaciones geométricas del pasado.



## Para finalizar ¿Cómo resume la relación entre las sucesiones, sumatorias y series con los conceptos de límites, derivadas e integrales?

Todos forman una misma escalera conceptual:

1. Las sucesiones y sumatorias nos enseñan a manejar conjuntos finitos e infinitos de datos acumulados.
2. Las series infinitas extienden las sumatorias para aproximar funciones complejas mediante la suma de infinitos términos infinitesimales.
3. El concepto de límite actúa como el puente formal: nos permite analizar qué ocurre cuando el intervalo de tiempo tiende a cero o cuando la cantidad de rectángulos sumados tiende al infinito.
4. Finalmente, la derivada es el límite de la tasa de cambio instantánea (fluxión), mientras que la integral es el límite de la sumatoria continua de partes infinitesimales.

Sin el estudio de las series y sumatorias, el cálculo diferencial e integral que mueve a la ciencia moderna simplemente no existiría.



Imagen 8: Magnific (s.f.)

## Pequeña conclusión

La visión de Isaac Newton demostró que el infinito no era una paradoja inalcanzable, sino la herramienta más potente para entender la naturaleza. Al conectar las sumatorias infinitas con las fluxiones y las áreas bajo curvas, sentó las bases para el cálculo moderno. Gracias a esta revolución, hoy se puede predecir el movimiento, construir tecnología avanzada y modelar el comportamiento dinámico del universo



Imagen 9: Historia national geography (2025)



Imagen 10: The Institute for Creation Research (2026)

# Bibliografía

- <https://www.mateguapo.com/post/la-historia-del-calculo-de-newton-y-leibniz-a-las-aplicaciones-modernas>  
<https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=10826489>
- [http://www.scielo.org.co/scielo.php?pid=S0121-36282007000100004&script=sci\\_arttext](http://www.scielo.org.co/scielo.php?pid=S0121-36282007000100004&script=sci_arttext)
- <https://www.nocierreslojos.com/calculo-historia-leibniz-newton/>
- <https://share.google/TN14ITuejOVf5H5dd>
- <https://museovirtual.csic.es/salas/magnetismo/biografias/newton.htm>

## Uso de IA

Se uso IA en este trabajo para la estructura del texto, más no para encontrar fuentes y se verifico las correcciones para hacerlo más comprensible



$$a + (b + c) = (a + b) + c$$

$$\{a_n\} = a_n = \frac{1}{\sqrt{n} + \sqrt{n+1}}$$

$$a_n = \sqrt{n+1} - \sqrt{n}$$

$$2^o) a_1 = \sqrt{2} - \sqrt{1}$$

$$a_2 = \sqrt{3} - \sqrt{2}$$

$$a_3 = \sqrt{4} - \sqrt{3}$$

# GOTTFRIED LEIBNIZ

Cristóbal Rivas



## ¿Quién es Gottfried Leibniz?

Leibniz fue un filósofo, matemático y científico alemán nacido en 1646. Estudió derecho y se interesó también por la filosofía, la lógica, las matemáticas y la ciencia. Vivió durante una época de grandes avances científicos. Sus aportes más importantes fueron el desarrollo del cálculo matemático y sus trabajos sobre el sistema binario, basado en 0 y 1. Además, creía que diferentes áreas del conocimiento estaban relacionadas y que sus ideas podían ayudar a futuras generaciones.

**Para empezar, ¿Por qué te interesaba tanto aprender diferentes cosas?**

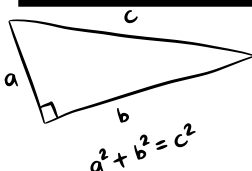
*Porque pensaba que todo podía estar relacionado. Por ejemplo, las matemáticas podían ayudar a la ciencia y la filosofía podía ayudarnos a entender mejor algunas preguntas sobre la realidad.*

**¿Cuál fue uno de tus trabajos más importantes?**

*Uno de los más conocidos fue mi trabajo en el cálculo matemático. También desarrollé ideas importantes en filosofía y estudié el sistema binario, que utiliza solamente el 0 y el 1.*

**¿Te imaginabas que tus ideas seguirían siendo importantes tantos años después?**

*No podía saber exactamente qué iba a pasar en el futuro, pero sí esperaba que mis investigaciones pudieran servir para que otras personas siguieran aprendiendo y descubriendo cosas nuevas.*



$$a^2 + b^2 = c^2$$



$$a = \frac{V_f - V_i}{+}$$

# SUS IDEAS

**Una de mis ideas más importantes era el principio de razón suficiente, que significa que todo lo que sucede tiene una razón o explicación. Por ejemplo, si una pelota está en el suelo, debe existir una razón de por qué está ahí.**

**También desarrollé la idea de las mónadas, que son unidades muy básicas que forman parte de la realidad. Cada mónada representa el universo de una manera diferente y tiene sus propias características.**

**Dios también era muy importante en mi pensamiento. Creía que Dios tenía un papel fundamental en la explicación de por qué existe el universo. Por eso defendía que este es el mejor de los mundos posibles.**

**Esto no significa que todo lo que ocurre sea bueno, sino que Dios eligió este mundo entre todas las posibilidades por una razón.**

**Aunque estas ideas pueden ser difíciles, siempre buscaba explicaciones racionales que ayudaran a comprender la realidad.**



**Ahora hablemos de matemáticas. ¿Qué fue lo más importante que hiciste en esta área?**

**Uno de mis trabajos más importantes fue desarrollar el cálculo diferencial e integral. Isaac Newton también desarrolló el cálculo de manera independiente, aunque utilizamos métodos y notaciones diferentes.**

**¿Qué es el cálculo? Porque para muchos estudiantes es bastante complicado.**

**Sí, puede parecer complicado al principio. El cálculo sirve para estudiar cosas como los cambios, las cantidades y el movimiento. Hoy se utiliza en muchas áreas de la ciencia y las matemáticas.**

**¿Tú inventaste algunos de los símbolos que usamos actualmente?**

**Sí. Desarrollé una notación para el cálculo que terminó siendo muy utilizada. Algunos de esos símbolos todavía se usan actualmente.**



$$V = lwh$$

# LEIBNIZ Y LAS MATEMÁTICAS

Ahora hablemos de matemáticas. ¿Qué fue lo más importante que hiciste en esta área?

*Uno de mis trabajos más importantes fue desarrollar el cálculo diferencial e integral. Isaac Newton también desarrolló el cálculo de manera independiente, aunque utilizamos métodos y notaciones diferentes.*

¿Qué es el cálculo? Porque para muchos estudiantes es bastante complicado.

*Sí, puede parecer complicado al principio. El cálculo sirve para estudiar cosas como los cambios, las cantidades y el movimiento. Hoy se utiliza en muchas áreas de la ciencia y las matemáticas.*

¿Tú inventaste algunos de los símbolos que usamos actualmente?

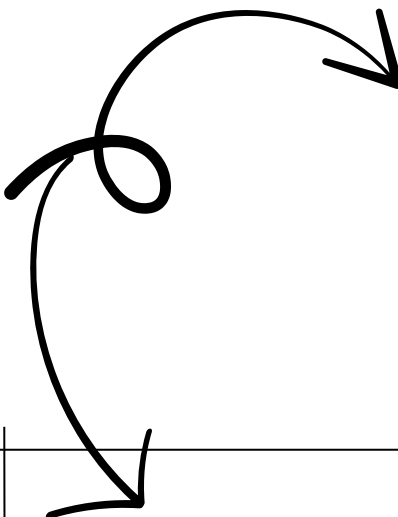
*Sí, desarrollé una notación para el cálculo que terminó siendo muy utilizada. Algunos de esos símbolos todavía se usan actualmente.*

¿Te gustaba inventar cosas?

*Sí, incluso construí una máquina de calcular llamada Stepped Reckoner. La idea era hacer algunos cálculos de una manera más rápida y sencilla.*

¿Te hubiera gustado conocer un computador?

*¡Por supuesto! Me habría parecido increíble ver una máquina capaz de hacer cálculos y manejar tanta información. Creo que habría pasado muchas horas intentando descubrir cómo funcionaba.*


$$\frac{\pi}{4} = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{2k+1}$$

Gottfried Wilhelm Leibniz fue una persona que se interesó por muchas cosas. Trabajó en filosofía, matemáticas, lógica y ciencia. Algunas de sus ideas, como las mónadas y el principio de razón suficiente, fueron importantes para la filosofía. Además, su trabajo en el cálculo y el sistema binario tuvo mucha importancia para las matemáticas y, posteriormente, para la informática. Lo más interesante de Leibniz es que siempre buscaba aprender y encontrar explicaciones. Por eso, aunque vivió hace más de 300 años, algunas de sus ideas todavía se estudian actualmente.

---

## **USO DE IA**

**Se uso ia en este trabajo.  
para optimizar el tiempo**

### **FUENTES**

- **Enciclopedia Humanidades – Gottfried Leibniz — Información sobre su vida, filosofía, las mónadas y el principio de razón suficiente.**
- **Filosofía&Co – Leibniz — Explicación de sus principales ideas filosóficas y su pensamiento.**
- **Biografías y Vidas – Gottfried Wilhelm Leibniz — Información sobre su vida, sus estudios y sus aportes a las matemáticas y la filosofía.**
- **Ciencia Hoy – Leibniz y el cálculo — Información relacionada con sus aportes matemáticos y el desarrollo del cálculo.**
- **Wikipedia en español – Gottfried Wilhelm Leibniz — Información general sobre su vida, filosofía, matemáticas, cálculo y sistema binario.**



# El crecimiento exponencial de los contagios de COVID-19 se relaciona directamente con las sucesiones geométricas

Matilda Concha & Florencia Vallejos

Las matemáticas permiten comprender cómo una enfermedad puede propagarse rápidamente cuando cada persona infectada contagia a otras. Una sucesión es una lista ordenada de números.

Y en el modelo inicial de una pandemia, cada término de la sucesión representa el número de contagiados en un momento específico del tiempo.

Un caso concreto y bien documentado es el inicio de la pandemia en Chile, desde el primer caso confirmado el 3 de marzo de 2020. El Ministerio de Salud confirmó ese día el primer caso, correspondiente a una persona de 33 años atendida en Talca.

Durante marzo de 2020, los casos confirmados en Chile aumentaron rápidamente. El 18 de marzo, el Ministerio de Salud informó 238 casos.

Cuatro días después, el 22 de marzo, la cifra había aumentado a 632 casos, es decir, 394 casos más que el reporte anterior.

El 30 de marzo, el país registraba 2.449 casos confirmados, con 310 nuevos casos diagnosticados durante las últimas 24 horas.

Estos datos muestran que, durante la etapa inicial, los contagios aumentaban con mucha rapidez. Esta es precisamente la característica que se intenta representar mediante un modelo de crecimiento exponencial y, en períodos discretos, mediante una sucesión geométrica.

Sin embargo, hay que hacer una distinción científica importante: los datos reales de COVID-19 no forman una sucesión geométrica perfecta. Una sucesión geométrica requiere que cada término se obtenga multiplicando el anterior por una razón constante. En una epidemia real, la razón de crecimiento cambia debido a las medidas sanitarias, los cambios de comportamiento, la cantidad de personas susceptibles, la capacidad de diagnóstico y otros factores.

Por eso, para una nota científica, sería más correcto decir que las sucesiones geométricas sirven como modelo matemático para aproximar el crecimiento inicial de los contagios, en lugar de afirmar que los casos reales de COVID-19 constituyeron exactamente una sucesión geométrica (Ministerio de Salud de Chile, MINSAL, marzo 2020).



Imagen 2. Courier & Press, 2 de octubre, 2020.



Imagen 1. FENPRUSS, 9 de abril 2021.



## • Ejemplo de Progresión

Si asumimos un escenario teórico donde una persona infecta a 3 personas cada semana, y comenzamos con 1 infectado, la sucesión de nuevos contagios semanales avanza de la siguiente manera:

- Semana 1: 1 caso
- Semana 2: 3 casos
- Semana 3: 9 casos
- Semana 4: 27 casos
- Semana 5: 81 casos
- Semana 10: 19,683 nuevos casos.

## • 1 Modelo Matemático: Sucesiones Geométricas

En una sucesión geométrica, cada término se obtiene multiplicando el término anterior por una cantidad fija llamada razón. En la epidemiología (ciencia que estudia los factores de las enfermedades), **está** razón determinada por el número reproductivo del virus.

- Término inicial ( $a_1$ ): El paciente cero o el número inicial de infectados.
- La razón ( $r$ ): El número de personas que cada contagiado infecta (en promedio).
- El término general ( $a_n$ ): El total de nuevos contagiados en la generación o día calculado con la fórmula:  $a_n = a_1 \cdot r^{n-1}$ .

Para conocer el total acumulado de personas contagiadas hasta un momento específico, no solo miramos la sucesión, sino la serie geométrica, que es la suma de todos los términos de la sucesión:

$$S_n = a_1 \cdot (r^n - 1) / (r - 1)$$

Ejemplo: Supongamos que comienza 1 persona contagiada y que cada persona infecta, en promedio, a 3 personas en la siguiente generación.

- Término inicial:  $a_1 = 1$
- Razón:  $r = 3$

La sucesión de nuevos contagios sería:  
1, 3, 9, 27, 81

El término general es:  
 $a_n = 1 \cdot 3^{n-1}$

Por ejemplo, para calcular los contagios de la semana 10:

$$a_{10} = 1 \cdot 3^{10-1}$$

$$a_{10} = 3^9$$

$$a_{10} = 19.683$$



Imagen 3. Magnific



## • Casos acumulados

Si queremos saber cuántos casos hayen total después de 5 generaciones:

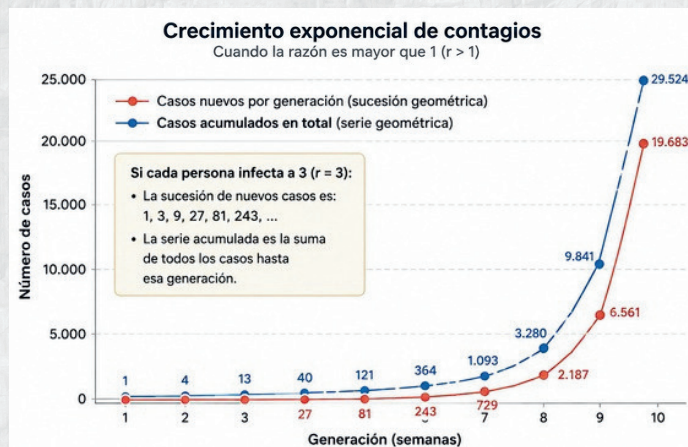
$$1) S_5 = 1 + 3 + 9 + 27 + 81$$

$$S_5 = 121$$

$$2) S_5 = 1 \cdot (3^5 - 1) / (3 - 1)$$

$$S_5 = 121$$

Esta suma es la que genera la reconocida curva hacia arriba que amenaza con colapsar los sistemas de salud si la razón se mantiene mayor que 1. Al aplicar distanciamiento o vacunación, el objetivo matemático es reducir la razón. Logrando que los términos de la sucesión tiendan a cero y la epidemia se extinga.



$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

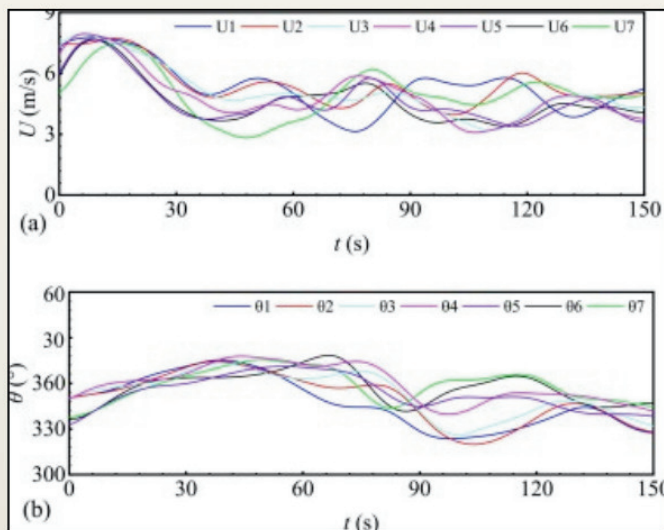
Las sucesiones geométricas permiten representar de manera sencilla cómo puede crecer una cantidad de contagios cuando existe una razón de crecimiento constante. En el ejemplo, al comenzar con 1 infectado y considerar una razón de 3, los nuevos casos aumentan rápidamente: 1, 3, 9, 27, 81. Esto demuestra cómo un crecimiento exponencial puede hacer que los casos aumenten en poco tiempo. Además, las series geométricas permiten calcular el total acumulado de casos. Aunque este modelo es una simplificación y no representa exactamente una epidemia real, sirve para comprender matemáticamente por qué controlar la transmisión y reducir la razón de crecimiento es fundamental para evitar un aumento excesivo de los contagios y la sobrecarga de los sistemas de salud.

Esta noticia a sido investigada a través de IA.



# EL MOVIMIENTO INVISIBLE QUE PUEDE CAMBIAR LA ESTABILIDAD DE UN PUENTE

¿Qué ocurre cuando el movimiento de un puente aparentemente caótico se transforma en datos? Las matemáticas permiten descomponer esas señales y revelar los patrones de vibración que ayudan a comprender el comportamiento de una estructura.



Registros de velocidad del viento y ángulo de torsión  $\theta(t)$  captados por sensores.

## TRADUCIENDO EL BAMBOLEO EN NÚMEROS

Para saber si un puente es seguro, los ingenieros no pueden quedarse solo mirando cómo se mueve; necesitan transformar ese bamboleo en datos concretos. Cuando el viento sopla, no empuja la infraestructura de forma pareja, sino que genera pequeños tirones y vibraciones constantes.

Para captar este fenómeno, se instalan sensores a lo largo del tablero que miden su posición vertical segundo a segundo. Esta recolección continua crea una sucesión de datos ordenados en el tiempo: cada lectura es un punto en el mapa, y al unirlos todos, obtenemos la "huella digital" del movimiento del puente, conocida como su señal temporal.

## EL DILEMA DEL MAR DE ONDAS MEZCLADAS

A simple vista, el gráfico de esta vibración parece un garabato caótico e impredecible. Esto ocurre porque una estructura real nunca oscila al ritmo de una sola onda limpia.

En realidad, la vibración que vemos es el resultado de varias ondas sumadas al mismo tiempo: una onda principal más lenta y amplia, combinada con pequeñas ondas secundarias más rápidas que se van superponiendo.

## EL RAYO X MATEMÁTICO QUE DESARMA EL CAOS

Aquí es donde entra la verdadera magia del análisis matemático. Mediante una herramienta conocida como las Series de Fourier, los ingenieros logran "desarmar" esa señal compleja y separarla en sus componentes más simples, tal como un oído entrenado logra distinguir los instrumentos individuales dentro de una canción.

Esta descomposición permite descubrir los llamados modos de vibración de la infraestructura. Un puente no se balancea de una sola forma: puede doblarse hacia arriba y hacia abajo (modo flexional) o retorcerse hacia los lados (modo torsional). Al separar las ondas, las matemáticas revelan exactamente qué modo está absorbiendo demasiada energía del viento, permitiendo detectar un peligro invisible mucho antes de que la estructura empiece a sufrir daños visibles.

## EL PUENTE QUE "BAILÓ" HASTA CAER

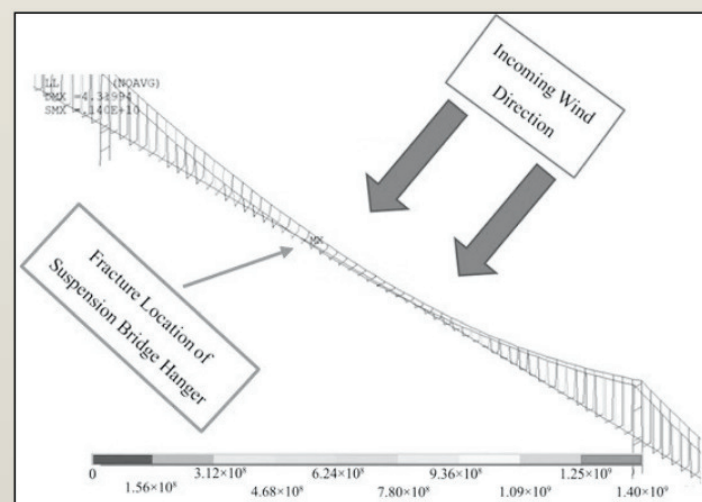
El 1 de julio de 1940 se inauguró en Estados Unidos el puente Tacoma Narrows. Desde sus primeras semanas, el tablero se balanceaba tanto con brisas suaves que los conductores viajaban solo para sentir la atracción, apodándolo Galloping Gertie.

Apenas cuatro meses después, el 7 de noviembre de ese mismo año, la estructura colapsó durante una tormenta con vientos de solo 68 km/h. La catástrofe demostró que el viento no actuó como un empujón brutal, sino como un ritmo repetitivo que terminó acoplándose a la estructura hasta destruirla.

## DEL DESASTRE A LA ALERTA TEMPRANA

Las investigaciones revelaron que el viento pasó de mover el puente hacia arriba y abajo (un bamboleo flexional inofensivo) a retorcerlo violentamente sobre su propio eje (modo torsional). Al coincidir el ritmo del viento con la frecuencia natural de retorcimiento del puente, la energía se multiplicó sin control.

Hoy, las lecciones de Tacoma Narrows salvan vidas. A través de sensores de fibra óptica instalados en los grandes puentes del mundo, los algoritmos analizan constantemente las vibraciones en tiempo real. Si la "huella matemática" de un puente cambia aunque sea un milímetro, el análisis de Fourier detecta el problema de inmediato, alertando sobre micro-grietas o fatiga en los materiales décadas antes de que la estructura corra cualquier peligro.

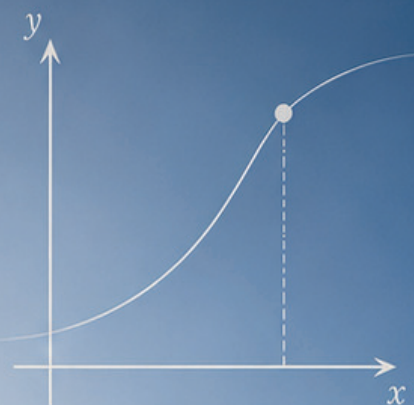


Modelado dinámico de deformación y punto crítico de fractura.



# Más Allá del Límite

REVISTA DEL ELECTIVO  
LÍMITES, DERIVADAS E INTEGRALES



$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

$$\int_a^b f(x) dx$$

“Cada límite superado  
abre el camino  
hacia un nuevo descubrimiento.”

Exploramos ideas. Cuestionamos.  
Buscamos patrones. Construimos conocimiento.  
Porque las matemáticas no tienen fronteras  
y su impacto transforma el mundo.



COLEGIO BICENTENARIO DE EXCELENCIA  
CONCEPCIÓN FRATERNIDAD

CONCEPCIÓN, CHILE

2026